

Ngày thi: **18/04/2009**

(Hướng dẫn chấm có 9 trang)

Câu 1 (4,0 điểm)

1.(2,0 điểm) Xác định điện trường gây bởi lưỡng cực điện ở điểm xa O. Gọi q_0 là điện tích lưỡng cực và l là khoảng cách giữa 2 điện tích của lưỡng cực thì $p = q_0 l$.

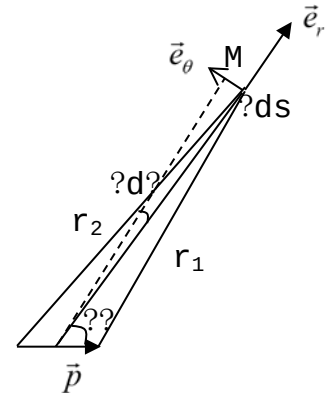
$$\text{Điện thế } \varphi = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right)$$

Coi $(r_2 - r_1) \approx l \cos \theta$; $r_1 \approx r_2 \approx r$; $q_0 l = p$

$$\varphi = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) \approx \frac{q_0 l \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

$$E_r = - \frac{d\varphi}{dr} = \frac{p \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_\theta = - \frac{dj}{ds} = - \frac{1}{r} \frac{dj}{d\theta} = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$



Hình 1

$$\text{Trong hệ tọa độ cực } \vec{E} = \frac{p \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta$$

Phương trình chuyển động của điện tích trong điện trường trên có dạng :

$$m\vec{a} = q\vec{E} = \frac{qp \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_r + \frac{qp \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{e}_\theta \quad (*)$$

với $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$ là các véc tơ đơn vị..... 0,25 điểm

Trong tọa độ cực, chú ý rằng: $\vec{v} = r' \vec{e}_r + r \theta' \vec{e}_\theta$, $\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \theta' \vec{e}_\theta$; $\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\theta' \vec{e}_r$, 0,25 điểm

ta cú:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = r'' \vec{e}_r + r' \frac{d\vec{e}_r}{dt} + (r\theta')' \vec{e}_\theta + r\theta' \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = r'' \vec{e}_r + r'\theta' \vec{e}_\theta + (r\theta')' \vec{e}_\theta - r(\theta')^2 \vec{e}_r$$

hay $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (r'' - r\theta'^2) \vec{e}_r + \frac{1}{r} (r^2\theta')' \vec{e}_\theta$ (**) 0,25 điểm

Từ (*) và (**) suy ra

$$r'' - r\theta'^2 = \frac{qpcos\theta}{2\pi\epsilon_0 mr^3} \quad (1)$$

$$(r^2\theta')' = \frac{qp \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 mr^2} \quad (2) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Từ định luật bảo toàn năng lượng:

$$\frac{1}{2}mv^2 + q\phi(r) = \text{const} = W_0 \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m(r'^2 + r^2\theta'^2) + \frac{qpcos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = W_0$$

$$\Rightarrow r'^2 + r^2\theta'^2 + \frac{qpcos\theta}{2\pi\epsilon_0 mr^2} = \frac{2W_0}{m} \quad (3)$$

Từ (1) và (3) ta cú: $r'^2 + rr'' = \frac{2W_0}{m}$ (4) 0,25 điểm

2. (0,5 điểm)

$$\text{Đặt } u(t) = r^2(t) \rightarrow u' = 2rr' \rightarrow u'' = 2rr'' + 2r'^2$$

Thay vào phương trình (4) có:

$$\frac{1}{2}u'' = \frac{2W_0}{m} \Rightarrow u' = \frac{4W_0}{m}t + C_1 \Rightarrow u = \frac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2$$

Hay $r^2(t) = \frac{2W_0}{m}t^2 + C_1t + C_2 \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

Từ các điều kiện ban đầu ta tìm được: $C_1 = 2r_0r'_0$; $C_2 = r_0^2$

Vậy: $r^2(t) = \frac{2W_0}{m}t^2 + 2r_0r'_0t + r_0^2 \quad (5) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

3. (1,5 điểm)

Đề quỹ đạo của hạt là cung tròn thờ $r(t) = \text{const.}$

Từ (5) $\Rightarrow W_0 = 0, r'_0 = 0$ đồng thời $r'(t) = 0$.

- Từ điều kiện $r'(t) = 0 \rightarrow v = r\theta'$ và $\vec{v} \perp \vec{r}$; $\vec{v}_0 \perp \vec{r}_0$

- Từ điều kiện $W_0 = 0 \rightarrow \frac{1}{2}m(r_0\theta')^2 + \frac{qp\cos\theta}{4\pi\epsilon_0r_0^2} = 0 \quad (6) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

- Phương trình (6) viết lại thành: $\theta'^2 = -\frac{qp\cos\theta}{2\pi\epsilon_0mr_0^4} \quad (7)$

$$\Rightarrow \theta'' = \frac{qp\sin\theta}{4\pi\epsilon_0mr_0^4} \quad (8) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

*) Trường hợp $qp < 0$, ta có $\theta'_{\max} = \sqrt{-\frac{qp}{2\pi\epsilon_0mr_0^4}}$ khi $\theta = 0$. Góc θ tăng dần tới $\pi/2$

. Tại $\theta = \pi/2$ thờ $\theta' = 0$ và $\theta'' < 0$, góc θ giảm và hạt quay trở lại. Tại $\theta = -\pi/2$ thờ $\theta' = 0$ và $\theta'' > 0$, góc θ tăng, hạt lại chuyển động quay trở lại. Vậy $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$. Hạt chuyển động trên nửa đường tròn như **Hình 2.** $\dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

Vỡ $\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{|qp|\cos\theta}{2\pi\epsilon_0mr_0^4}}$ nờn chu kỡ của chuyển động này là:

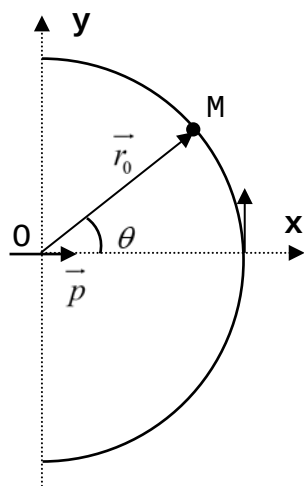
$$T = 4 \int_0^{\pi/2} dt = 4 \int_0^{\pi/2} \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0mr_0^4}{|qp|}} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}} = 4 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0mr_0^4}{|qp|}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}}$$

$$\Leftrightarrow T = 10,48 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0mr_0^4}{|qp|}} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

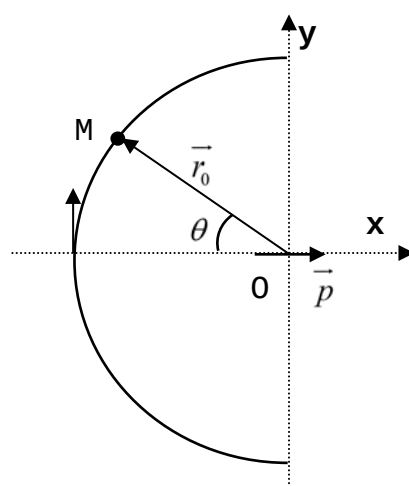
*) Trường hợp $qp > 0$, ta có $\theta'_{\max} = \sqrt{\frac{qp}{2\pi\epsilon_0mr_0^4}}$ khi $\theta = \pi$. Khi $\theta = \pi/2$ và $\theta = 3\pi/2$ thỡ $\theta' = 0$, h

Chu kỡ của chuyển động:

$$T = 10,48 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0mr_0^4}{|qp|}} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$



Hình 2



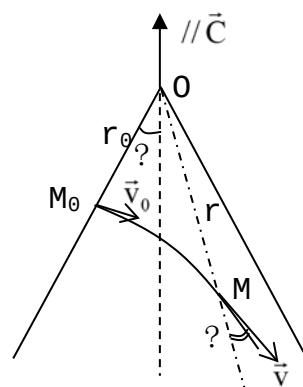
Hình 3

Câu 2 (3,5 điểm)

1. (0,5 điểm) Phương trình chuyển động

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \quad (1)$$

Điều này có nghĩa là $\vec{F}$ luôn vuông góc với $\vec{v}$, tức $\vec{F} \cdot \vec{v} = 0$ hay $m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = 0$ hay $\frac{dv^2}{dt} = 0$? $v^2 = \text{const} = v_0^2$ tức là $v = v_0$ 0,5 điểm



Hình 4

2. (1,5 điểm)

a, Lấy đạo hàm của tích $\vec{r} \cdot \vec{v}$ ta được

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{v}) = v^2 + \vec{r} \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Theo (1) và theo biểu thức của cảm ứng từ $\vec{B}$, ta có

$$\vec{r} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{q}{m} \vec{r}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3} \vec{r}(\vec{v} \wedge \vec{r})$$

Vỡ $\vec{r} \perp (\vec{v} \wedge \vec{r})$ nên suy ra $\vec{r} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{r}) = 0$ 0,25 điểm

Theo câu 1, $v = v_0$, nên cuối cùng ta có $\frac{d}{dt}(\vec{r} \cdot \vec{v}) = v_0^2$. Lấy tích phân này ta được:

$\vec{r} \cdot \vec{v} = v_0^2 t + C_1$ với C_1 là một hằng số. Dùng điều kiện ban đầu, tại $t = 0$, $\vec{r} \cdot \vec{v} = 0$ (vỡ $\vec{r}_0 \perp \vec{v}_0$) suy ra $C_1 = 0$. Kết quả ta được:

$$\vec{r} \cdot \vec{v} = v_0^2 t \quad (2) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

* Để xác định $r(t)$, ta viết phương trình (2) dưới dạng:

$$2\vec{r} \frac{d\vec{r}}{dt} = 2v_0^2 t \quad \text{hay} \quad \frac{dr^2}{dt} = 2v_0^2 t$$

Lấy tích phân ta được: $r^2 = v_0^2 t^2 + C_2$.

Vỡ tại $t = 0$, $r = r_0$, suy ra $r^2 = v_0^2 t^2 + r_0^2$ (3)..... 0,25 điểm

Vậy r^2 là hàm bậc nhất của bình phương thời gian.

* Hệ thức (2) có thể viết lại dưới dạng $r v_0 \cos \theta = v_0^2 t$ hay $\cos \theta = \frac{v_0 t}{r}$. Suy ra

$$\tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{r^2}{v_0^2 t^2} - 1$$

Theo (3), cuối cùng ta được

$$\tan^2 \theta = \frac{v_0^2 t^2 + r_0^2}{v_0^2 t^2} - 1 = \frac{r_0^2}{v_0^2 t^2} \Rightarrow \cot \theta = \frac{v_0}{r_0} t \quad (4) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Như vậy, $\cot \theta$ là hàm tuyến tính của thời gian, tăng từ 0 đến ∞ trong suốt quá trình chuyển động, tức là góc θ giảm từ $\pi/2$ tới 0; do đó, vận tốc ban đầu vuông góc với vector bán kính rồi dần dần định hướng theo hướng của $\vec{r}$. $\dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

b) $r = \sqrt{2}r_0$ tại thời điểm t sao cho, theo (3), $v_0 t = r_0$. Thay vào (4), ta được $\cot \theta = 1$, suy ra $\theta = 45^\circ \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$

3. (1,5 điểm) Tính đến (1) và chú ý rằng $\frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} = \vec{v} \wedge \vec{v} = 0$, ta có:

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge \vec{v} + \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \frac{q}{m}(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{kq}{mr^3} \vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r})$$

Theo hệ thức gọi ý trong đề bài $\vec{r} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{r}) = \vec{v} \cdot r^2 - \vec{r} \cdot (\vec{v} \cdot \vec{r})$, ta có:

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{kq}{m} \left(\frac{\vec{v}}{r} - \frac{\vec{r}}{r^2} \left(\vec{v} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) \right) = \frac{kq}{m} \left[\frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2} \frac{dr}{dt} \right]$$

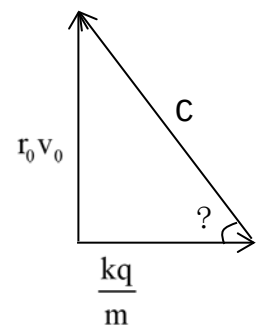
với $\vec{v} \cdot \frac{\vec{r}}{r} = \frac{dr}{dt}$ - đây chính là thành phần của vận tốc theo phương bán kính vector. Lưu ý

rằng $\left[\frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2} \frac{dr}{dt} \right] = \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right)$, suy ra

$$\frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = \frac{kq}{m} \left[\frac{1}{r} \frac{d\vec{r}}{dt} - \frac{\vec{r}}{r^2} \frac{dr}{dt} \right] = \frac{kq}{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right)$$

Lấy tích phân hai vế, ta được:

$$\vec{r} \wedge \vec{v} = \frac{kq}{m} \frac{\vec{r}}{r} + \vec{C} \quad (5) \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$



Hình 5

Trong đó $\vec{C}$ là một vector không đổi, có độ lớn tính được từ

hỗnh tròn (dùng (5) và điều kiện ban đầu tại $t = 0$, $r = r_0$ và $v = v_0$).

Theo định lý Pitago:

$$C = \sqrt{(r_0 v_0)^2 + \left(\frac{kq}{m}\right)^2} \quad (6) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Theo tính chất của tích hữu hướng và (5)

$$\vec{r}(\vec{r} \wedge \vec{v}) = 0 = \frac{kq}{m} \vec{r} + \vec{C} \cdot \vec{r} = r \left(\frac{kq}{m} + C \cos \varphi \right)$$

Với φ là góc tạo bởi vector $\vec{C}$ và vector $\vec{r}$. Từ phương trình trên suy ra:

$$\cos \varphi = -\frac{kq}{mC} = \text{const} \quad (7) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Như vậy trong suốt quá trình hạt chuyển động góc φ luôn không đổi, điều này có nghĩa là quỹ đạo của hạt nằm trên một mặt nón đỉnh O, có trục song song với vector $\vec{C}$ và nửa góc ở đỉnh $\alpha = \pi - \varphi$ 0,25 điểm

Theo (6) và (7), ta có

$$\cos \alpha = -\cos \varphi = \frac{kq}{mC} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{mr_0 v_0}{kq}\right)^2}}$$

Hay đơn giản hơn

$$\tan \alpha = \frac{mr_0 v_0}{kq} \quad \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Câu 3 (2,5 điểm)

Xét mặt trên của tấm (nhiệt độ T_1): Khi một phân tử khí chuyển động với vận tốc v va chạm theo phương vuông góc với mặt trên tấm phẳng, phân tử khí bắn ra với vận tốc v_1

$$v_1 = \sqrt{\frac{3kT_1}{m}} \quad \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$

Mỗi lần va chạm, phân tử khí sẽ truyền cho tấm phẳng một xung lượng $m(v+v_1)$.

Chuyển động của các phân tử khí là hỗn loạn nên gần đúng ta có coi số hạt đập vào diện tích S trong thời gian Δt là $\frac{1}{6} n_0 S v \Delta t$ (n_0 là mật độ phân tử khí).

Do đó áp suất gây bởi các phân tử khí lên mặt này:

$$p_1 = \frac{1}{6} \frac{n_0 S \Delta t \cdot m v (v + v_1)}{S \Delta t} = \frac{1}{6} n_0 m v (v + v_1) \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$

Tương tự:

$$p_2 = \frac{1}{6} n_0 m v (v + v_2) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Mặt khác ta có áp suất của khí là $p = n_0 k T$

Vậy lực nòng cú giỏ trị cỡ

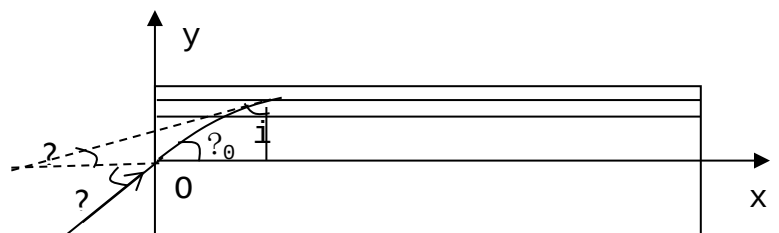
$$\begin{aligned} F_n &\sim (p_2 - p_1) S = \frac{n_0 m}{6} v (v_2 - v_1) S = \frac{p S}{6 k T} m \sqrt{\frac{3 k T}{m}} \left(\sqrt{\frac{3 k T_2}{m}} - \sqrt{\frac{3 k T_1}{m}} \right) \\ &= \frac{p S}{2 \sqrt{T}} (\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}) \dots\dots\dots 0,75 \text{ điểm} \end{aligned}$$

$$\text{Thay số: } F_n \sim \frac{133.0,1}{2 \sqrt{283}} (\sqrt{573} - \sqrt{293}) \approx 2,7 \text{ N.} \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$

Câu 4 (3,5 điểm)

1. (0,75 điểm) Tại O: $\sin \theta = n_1 \sin \theta_0$

Chia sợi quang thành nhiều lớp mỏng hình trụ đồng tâm. Xét trong mặt phẳng xOy, các lớp đó dày dy. Tại mỗi điểm góc tới của tia sáng là $(90^\circ - \theta)$, ta có



Hình 6

$$n(y) \sin(90^\circ - \theta) = n_1 \sin \theta_0$$

$$n(y) \cos \theta = n_1 \cos \theta_0 = C \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$

$$C = n_1 \cos \theta_0 = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \theta_0} = n_1 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha} .$$

Vậy, $C = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}$ 0,25 điểm

2. (1,5 điểm) Xét M có tọa độ (x,y), tia sáng có góc tới $i = (90^\circ - \theta)$

$$n(y) \cos \theta = C; \quad \cos \theta = \frac{C}{n(y)}$$

$$\frac{dx}{dy} = \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{C}{\sqrt{n^2(y) - C^2}}$$

$$\therefore x = \int_0^y \frac{C dy}{\sqrt{n^2(y) - C^2}}; \quad x = \int_0^y \frac{C dy}{\sqrt{n_1^2(1 - k^2 y^2) - C^2}} \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$

Áp dụng $\int \frac{dy}{\sqrt{a^2 - b^2 y^2}} = \frac{1}{b} \arcsin \frac{by}{a}$ với $a = \sqrt{n_1^2 - C^2} = \sin \alpha$; $b = kn_1$

$$x = \frac{C}{kn_1} \arcsin \frac{kn_1 y}{\sin \alpha} + C_1. \text{ Điều kiện ban đầu: } x = 0 \text{ thì } y = 0 \text{ suy ra } C_1 = 0 \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$

$$y = \frac{\sin \alpha}{kn_1} \sin \frac{kn_1}{C} x = \frac{\sin \alpha}{kn_1} \sin \frac{kn_1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} x$$

Vậy quỹ đạo của tia sáng là đường hình sin. 0,5 điểm

3. (0,5 điểm) Điều kiện để tia sáng truyền trong sợi quang là: $\frac{\sin \alpha}{kn_1} \leq R$. Muốn đúng với

mọi α thì $kn_1 R \geq 1$ 0,5 điểm

4. (0,75 điểm) Muốn ló ra theo phương song song Ox thì tại $x = L$, y có độ lớn cực đại

Hay $\frac{kn_1}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}} L = \frac{\pi}{2} + p\pi$ với p là số nguyên dương. 0,5 điểm

Suy ra

$$L = \frac{(2p+1)\pi \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha}}{kn_1} \text{ với } p = 0, 1, 2, \dots \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

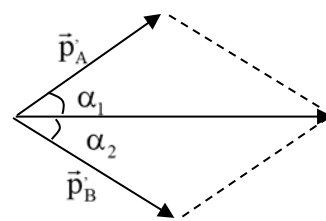
Câu 5 (3,0 điểm)

1. (2,0 điểm)

a, Ký hiệu $\vec{p}'_A$ và $\vec{p}'_B$ là các véc tơ động lượng tương đối tính của các hạt A và B sau va chạm. Với $\vec{v}'_A = \vec{v}'_B$ nên $p'_A = p'_B$. Áp dụng định luật bảo toàn động lượng ta có sơ đồ véc tơ như hình bên, nghĩa là $\alpha_1 = \alpha_2$, do đó $\vec{p}'_A$ và $\vec{p}'_B$ đối xứng đối với $\vec{p}_A$ 0,5 điểm

b, Ta có $p_A = 2p'_A \cos \alpha_1$ (1). 0,25 điểm

Ký hiệu α là góc giữa $\vec{v}'_A$ và $\vec{v}'_B$ và $\alpha = 2\alpha_1$. Giữa động năng tương đối tính và động lượng p của hạt có hệ thức $(pc)^2 = W_d(W_d + 2E_o)$ (E_o là năng lượng nghỉ)



Hình 7

Áp dụng cho hạt A:

$$(p_A c)^2 = W_{dA}(W_{dA} + 2E_o) \quad (2)$$

$$(p'_A c)^2 = W'_{dA}(W'_{dA} + 2E_o) \quad (3) \text{ 0,5 điểm}$$

Vỡ va chạm đàn hồi nên động năng tương đối tính được bảo toàn, mà $W'_{dA} = W'_{dB}$, nên

$$W_{dA} = W'_{dA} + W'_{dB} = 2W'_{dA}$$

Thay vào (3), ta được: $(p'_A c)^2 = \frac{W_{dA}}{2} \left(\frac{W_{dA}}{2} + 2E_o \right)$ (4) 0,25 điểm

$$\text{Từ (1), (2) và (4), suy ra: } (\cos \alpha_1)^2 = \left(\frac{p_A}{2p'_A} \right)^2 = \frac{W_{dA}(W_{dA} + 2E_o)}{4 \frac{W_{dA}}{2} \left(\frac{W_{dA}}{2} + 2E_o \right)} = \frac{W_{dA} + 2E_o}{W_{dA} + 4E_o}$$

$$\text{Từ đó } \cos \alpha = 2 \cos^2 \alpha_1 - 1 = \frac{W_{dA}}{W_{dA} + 4E_o} \Rightarrow 0 < \cos \alpha < 1, \text{ tức } \alpha \text{ là góc nhọn}$$

$$\text{Thay số } \cos \alpha = \frac{820}{820 + 4.1875} \approx 0,0986 \rightarrow \alpha \approx 84,34^\circ \text{ 0,25 điểm}$$

Nếu là va chạm là cô điển, tức phi tương đối tính, thì $\theta = 90^\circ$. Thực vậy khi đó $W_d \ll E_0$ nên $\cos\theta \approx 0 \Rightarrow \theta \approx 90^\circ$ 0,25 điểm

2.(1,0 điểm)

Cách 1: từ $E_0 = m_0 c^2$; $E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{1875}{\sqrt{1-0,95^2}} = 6010 \text{ MeV}$ 0,25 điểm

Cách 2: Chọn K là hệ quy chiếu PTN trong đó hai hạt chuyển động tới gặp nhau dọc theo trục Ox với cùng vận tốc v; K' là hệ quy chiếu gắn với hạt A (tức là K' chuyển động với tốc độ v đối với K và Ox trùng với O'x'). Vận tốc tương đối u giữa hai hạt trong hệ K' chính là vận tốc v' của hạt B. Theo công thức cộng vận tốc ta có:

$$v' = u = \frac{v - (-v)}{1 + \frac{v^2}{c^2}} = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

Suy ra: $uv^2 - 2c^2v + uc^2 = 0$

Tìm được $v = \frac{c^2 - c\sqrt{c^2 - u^2}}{u}$ (loại nghiệm $v > c$) 0,5 điểm

Thay $u = 0,95c$, ta có $v \approx 0,724c$ từ đó $E'^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} E_0^2 \rightarrow E' = \frac{E_0}{0,6896} = 2719 \text{ MeV}$... 0,25 điểm

Câu 6 (3,5 điểm)

1. (1,5 điểm) Xét trong hệ K, vận tốc của hạt tại các thời điểm t và t + dt là u và u + adt dọc theo trục x (song song với $\vec{V}$). Trong hệ K' chuyển động với vận tốc $\vec{V}$ đối với K các vận tốc tương ứng là

$$u' = \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} \quad \text{và} \quad u' + a' dt' = \frac{u + adt - V}{1 - (u + adt) \frac{V}{c^2}} \dots\dots\dots 0,5 \text{ điểm}$$

Biểu thức thứ hai có thể viết lại như sau:

$$\frac{u + adt - V}{1 - \frac{uV}{c^2} - \frac{aVdt}{c^2}} = \frac{u + adt - V}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)\left(1 - \frac{aVdt}{c^2} / \left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)\right)}$$

$$= \frac{u + adt - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} \left(1 - \frac{aVdt}{c^2 \left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)}\right)^{-1} = \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{(u - V)aVdt}{c^2 \left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2}$$

(ở đây đó bỏ qua số hạng chứa $(dt)^2$)

$$= \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{1 - \frac{uV}{c^2}} \left[1 + \frac{(u - V)V}{c^2 \left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)}\right] = \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}} + \frac{adt}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2} \frac{c^2 - uV + uV - V^2}{c^2} = \frac{u - V}{1 - \frac{uV}{c^2}}$$

$$+ \frac{adt \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2}$$

Suy ra $a' dt' = \frac{adt \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^2}$ (1) 0,5 điểm

Theo phép biến đổi Lorentz $dt' = \frac{dt - Vdx/c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = dt \frac{1 - uV/c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$ (2) 0,25 điểm

Chia hai vế của (1) và (2) cho nhau, ta được $a' = \frac{a}{\left(1 - \frac{uV}{c^2}\right)^3} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{3/2}$ 0,25 điểm

2.(0,5 điểm) Trong hệ K vận tốc của hạt ở thời điểm t và $t + dt$ lần lượt là $(0, u, 0)$ và $(0, u + adt, 0)$

Trong hệ K' , các vận tốc tương ứng là

$$(-V, u\sqrt{1-V^2/c^2}, 0) \text{ và}$$

$$(-V, (u+adt)\sqrt{1-V^2/c^2}, 0)$$

Suy ra $a' dt' = adt\sqrt{1-V^2/c^2}$ (3)..... 0,25 điểm

Chú ý rằng theo phép biến đổi Lorentz: $dt' = \frac{dt}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$ (4)

Chi hai vế của (3) cho (4), ta được $a' = a \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)$ dọc theo trục y..... 0,25 điểm

3.(1,5 điểm) Trong hệ K vận tốc của hạt ở các thời điểm t và $t+dt$ lần lượt có các thành phần $(u \cos \alpha, u \sin \alpha, 0)$ và $(u \cos \alpha + a \cos \alpha dt, u \sin \alpha + a \sin \alpha dt, 0)$ 0,25 điểm

* Đối với thành phần theo trục x' của gia tốc làm tương tự như ở câu a) ta được

$$a'_{x'} = \frac{a \cos \alpha \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{3/2}}{\left(1 - \frac{uV \cos \alpha}{c^2}\right)^3} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

• Đối với thành phần theo trục y' , ta có:

$$u'_{y'} = \frac{u \sin \alpha \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha} \text{ và } u'_{y'} + a'_{y'} dt' = \frac{(u \sin \alpha + a \sin \alpha dt) \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2} (u \cos \alpha + a \cos \alpha dt)} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

với $\beta = \frac{V}{c}$

hay

$$\begin{aligned}
 u'_{y'} + a'_{y'} dt' &= \frac{(u \sin \alpha + a \sin \alpha dt) \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2} (u \cos \alpha + a \cos \alpha dt)} = \frac{(u \sin \alpha + a \sin \alpha dt) \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha - \frac{V}{c^2} a \cos \alpha dt} \\
 &= \frac{(u \sin \alpha + a \sin \alpha dt) \sqrt{1 - \beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right) \left[1 - \frac{V a \cos \alpha dt}{c^2 \left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)}\right]} = \frac{(u_y + a \sin \alpha dt) \sqrt{1 - \beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)} \left[1 - \frac{V a \cos \alpha dt}{c^2 \left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)}\right]^{-1} \\
 &= \frac{(u \sin \alpha + a \sin \alpha dt) \sqrt{1 - \beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)} \left[1 + \frac{V a \cos \alpha dt}{c^2 \left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)}\right] \\
 &= \frac{u \sin \alpha \sqrt{1 - \beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)} + \sqrt{1 - \beta^2} dt \left[\frac{a \sin \alpha}{\left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)} + \frac{V u \sin \alpha a \cos \alpha}{c^2 \left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)^2} \right] \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}
 \end{aligned}$$

Suy ra

$$a'_{y'} dt' = \frac{dt \sqrt{1 - \beta^2}}{c^2 \left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)^2} \left[a c^2 \sin \alpha \left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right) + V u \sin \alpha a \cos \alpha \right] = \frac{a \sin \alpha dt \sqrt{1 - \beta^2}}{\left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)^2} \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$

Chỳ ý rằng trong trường hợp này $dt' = \frac{dt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$. Cuối cùng ta được:

$$a'_{y'} = \frac{a \sin \alpha}{\left(1 - \frac{V}{c^2} u \cos \alpha\right)^2} \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) \dots\dots\dots 0,25 \text{ điểm}$$