

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Ngày thi thứ hai: **17/4/2012**Thời gian: **240** phút (không kể thời gian giao đề)

Hướng dẫn này có 7 trang

CÂU I (3,5 điểm)

1. **(1,75 đ)** Các lực tác dụng lên vật: trọng lực mg , phản lực N , lực ma sát F_{ms} . Gọi ω_{s0}, ω_{p0} là vận tốc góc của đĩa quanh trục đĩa và của khối tâm quanh trục hình trụ.

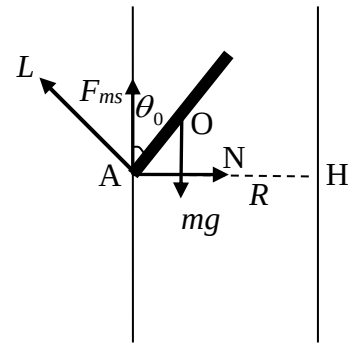
Điều kiện cân bằng của khối tâm: $\begin{cases} F_{ms} = mg \\ N = m\omega_{p0}^2 (R - r \sin \theta_0) \end{cases} \quad (1) \dots\dots\dots (0,5 \text{ đ})$

Tâm quay tức thời của đĩa là A:

Đĩa lăn không trượt $\omega_{s0} \cdot r = \omega_{p0} \cdot (R - r \sin \theta_0) \quad (2)$

Gọi L là momen động lượng của đĩa quanh tâm quay tức thời A.

Trọng lực gây ra momen $M = mgr \sin \theta_0$ hướng vuông góc với mặt phẳng hình vẽ.



Theo định lý biến thiên momen động lượng $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$. Trong khi

chuyển động thì chỉ có thành phần nằm ngang của L biến thiên, cụ thể là chỉ thay đổi hướng với tốc độ thay đổi là

$\left| \frac{d\vec{L}_{//}}{dt} \right| = L_{//} \cdot \omega_{p0} = L \cdot \cos \theta_0 \cdot \omega_{p0} = \left(\frac{1}{2} m r^2 + m r^2 \right) \omega_{s0} \cos \theta_0 \omega_{p0} = mgr \sin \theta_0 \quad (3) \dots\dots\dots (0,5 \text{ đ})$

a) Từ (2), (3) giải ra được: $\omega_{p0}^2 = \frac{2g \tan \theta_0}{3(R - r \sin \theta_0)} \quad (4) \dots\dots\dots (0,25 \text{ đ})$

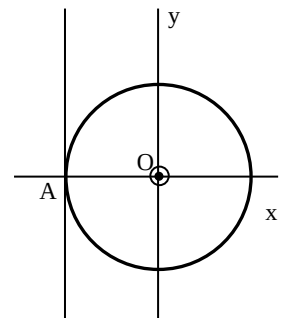
b) Thay (4) vào (1) tìm ra $N = \frac{2mg \tan \theta_0}{3}$. Điều kiện lăn không trượt $F_{ms} \leq \mu N$,

Kết hợp với (4) có $\frac{3}{2\mu} \leq \tan \theta_0 < \infty \Rightarrow \arctan \left(\frac{3}{2\mu} \right) \leq \theta_0 < \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots (0,5 \text{ đ})$

2. a) **(0,5 đ)** Momen quán tính của đĩa với trục nằm trong mặt phẳng đĩa và đi qua tâm O: Do đối xứng:

$I_x = \int x^2 dm = I_y = \int y^2 dm = \frac{1}{2} I_z = \frac{1}{2} \int (x^2 + y^2) dm = \frac{1}{2} \cdot \frac{m r^2}{2}.$

Chuyển về trục qua A cho ta có $I_{//} = \frac{1}{4} m r^2 + m r^2 = \frac{5}{4} m r^2$ do đó $\gamma = \frac{5}{4}$.



b) **(1,25 đ)** Do chỉ có trọng lực gây momen lực vuông góc với mặt phẳng hình vẽ nên thành phần momen động lượng theo phương thẳng đứng không đổi.

$$L_{\perp} = \frac{3}{2}mr^2\omega_s \sin \theta = \frac{3}{2}mr^2\omega_{s0}\sin\theta_0 \Rightarrow \omega_s = \omega_{s0} \frac{\sin\theta_0}{\sin \theta} \quad (5) \dots\dots\dots (0,5 \text{ đ})$$

Vậy cơ năng của cả hệ bao gồm hai động năng quay và thế năng trọng trường

$$E = \frac{1}{2}I_{\perp}\omega_s^2 + \frac{1}{2}I_{//}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + mgr \cos \theta = \text{const} \quad (6).$$

Thay (5) vào (6): $E = \frac{3}{4}mr^2\omega_{s0}^2 \frac{\sin^2 \theta_0}{\sin^2 \theta} + \frac{5}{8}mr^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + mgr \cos \theta = \text{const} \dots\dots\dots (0,25 \text{ đ})$

Đặt $U(\theta) = \frac{3}{4}mr^2\omega_{s0}^2 \frac{\sin^2 \theta_0}{\sin^2 \theta} + mgr \cos \theta$ là thế năng hiệu dụng. Ta đưa bài toán về chuyển động quay một chiều với góc θ . Để thấy thế năng là hàm đơn điệu nên vị trí cân bằng không bền. Nếu góc θ tăng thì thế năng giảm, do đó động năng quay tăng, tức vật sẽ càng nhanh chóng rời khỏi vị trí cân bằng. Nếu θ giảm thì thế năng tăng, động năng giảm, tức hệ sẽ quay chậm lại cho đến khi dừng lại hẳn, góc lệch θ sẽ là nhỏ nhất, tuy nhiên hệ khi chuyển động ngược lại thì cân bằng sẽ bị phá. (0,5 đ)

CÂU II (3,0 điểm)

1. (1,5 đ) Hiệu suất của máy nhiệt trong một chu trình

$$H_{\max} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1) \dots\dots\dots (0,25 \text{ đ})$$

Ở đây, nhiệt lượng Q_2 mà tác nhân nhả ra cho nguồn lạnh dùng để làm tan nước đá và làm nóng nước đá sau khi tan. Nhiệt độ nguồn lạnh chưa thay đổi và bằng $T_2 = 273\text{K}$ chừng nào mà khối nước đá chưa tan hết. Trong khi đó, nhiệt độ nguồn nóng lại giảm đi sau mỗi chu trình và tới thời điểm khi nước đá đã tan một nửa thì nhiệt độ nguồn nóng chỉ còn là $T_3 < T_1$. Như vậy, nhiệt độ nguồn nóng giảm dần trong quá trình máy hoạt động.

Giả sử tại thời điểm t nào đó, nhiệt độ nguồn nóng là T và sau khoảng thời gian hoạt động vô cùng bé dt của máy, nhiệt độ nguồn nóng giảm đi một lượng là dT . Nhiệt lượng dQ_1 do nguồn nóng cung cấp cho tác nhân trong khoảng thời gian dt : $dQ_1 = -m_1cdT$.

Mặt khác, nhiệt lượng dQ_2 do tác nhân truyền cho nguồn lạnh cũng trong khoảng thời gian dt bằng $dQ_2 = \lambda.dm$, trong đó dm là lượng nước đá đã bị tan trong khoảng thời gian dt .

Khi áp dụng hệ thức (1), ta có $\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_2}{T} \Rightarrow -\frac{\lambda.dm}{m_1cdT} = \frac{T_2}{T}$.

Từ đó suy ra $\frac{dT}{T} = -\frac{\lambda.dm}{m_1cT_2} \Rightarrow \int_{T_1}^{T_3} \frac{dT}{T} = -\frac{\lambda}{m_1cT_2} \int_0^m dm \Rightarrow T_3 = T_1 \exp\left(-\frac{\lambda.m}{m_1cT_2}\right)$.

Như vậy khi đá tan một lượng m thì nhiệt độ khối nước nóng là $T_3 = T_1 \exp\left(-\frac{\lambda.m}{m_1cT_2}\right)$. (2)

Thay số (2) với $m = \frac{m_2}{2}$ ta có $T_3 = 346,68\text{ K}$ hay $t_3 = 49,22^\circ\text{C}$ (1,25 đ)

2. (1,5 đ) Khi nước đá tan hết nhiệt độ của nước nóng là $T_4 = 322,22\text{ K}$

Lúc này vẫn có sự chênh lệch nhiệt độ giữa nguồn nóng và nguồn lạnh, động cơ nhiệt tiếp tục hoạt động đến khi có sự cân bằng nhiệt giữa hai nguồn nóng và lạnh. Trong giai đoạn này nhiệt độ nguồn nóng giảm dần còn nhiệt độ nguồn lạnh tăng dần.

Xét ở thời điểm nhiệt độ nguồn nóng là T'_1 và nhiệt độ nguồn nóng T'_2 . Động cơ nhiệt nhận nhiệt lượng dQ_1 từ nguồn nóng và làm nguồn này giảm nhiệt độ dT'_1 đồng thời nhả cho nguồn lạnh nhiệt lượng dQ_2 , nguồn này tăng nhiệt độ dT'_2

Ta có: $dQ_1 = -cm_1dT'_1$; $dQ_2 = cm_2dT'_2$

Do hiệu suất cực đại nên

$$\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{T'_2}{T'_1} \Rightarrow \frac{m_2dT'_2}{-m_1dT'_1} = \frac{T'_2}{T'_1} \Rightarrow \int_{T_4}^{T_c} \frac{m_1dT'_1}{T'_1} = \int_{T_c}^{T_2} \frac{m_2dT'_2}{T'_2} \Rightarrow T_c = T_4^{\frac{m_1}{m_1+m_2}} T_2^{\frac{m_2}{m_1+m_2}} \quad (3) \dots\dots\dots (1,0 \text{ đ})$$

Thay số có $T_c = 304,90 \text{ K}$ hay $t_c = 31,90^\circ\text{C}$

Công cực đại: $A_{\max} = Q_1 - Q_2 = m_1c(T_1 - T_c) - \lambda.m_2 - m_2c(T_c - T_2)$. (4)

Thay số được $A_{\max} = 510 \text{ kJ} \dots\dots\dots (0,5 \text{ đ})$

CÂU III (3,0 điểm)

1. (1,5 đ) Xét khoá K mở. Vì $u_{AM} = \frac{u}{2} = \frac{U_0}{2} \cos \omega t$ và $\frac{1}{\omega C_1} = R$ nên $i_R = \frac{U_0}{2\sqrt{2}R} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$.

Từ thông qua cuộn dây: $\Phi = \frac{L}{2}i_1 + \frac{L}{2}(i_1 + i_R) = Li_1 + \frac{L}{2}i_R$.

Hiệu điện thế u liên hệ với từ thông ϕ bởi

$$u = U_0 \cos \omega t = \Phi' = \left(Li_1 + \frac{L}{2}i_R \right)'$$

Lấy tích phân hai vế của phương trình vi phân trên:

$$Li_1 + \frac{L}{2}i_R = \frac{U_0}{\omega} \sin \omega t.$$

Ở đây, hằng số tích phân bằng 0 vì khi dòng ổn định không có thành phần một chiều. Do đó, cường độ dòng điện qua nửa cuộn dây trên đoạn AM bằng

$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{U_0}{\omega L} \sin \omega t - \frac{i_R}{2} = \frac{U_0}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{U_0}{4\sqrt{2}R} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4} - \pi\right) \\ &= \frac{U_0}{4\sqrt{2}R} 2 \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{8}\right) \cos \frac{\pi}{8} = \frac{U_0}{2\sqrt{2}R} \cos \frac{\pi}{8} \cos\left(\omega t - \frac{5\pi}{8}\right). \end{aligned}$$

Cường độ dòng điện qua nửa cuộn dây trên đoạn MB bằng

$$\begin{aligned} i_2 &= i_1 + i_R = \frac{U_0}{\omega L} \sin \omega t + \frac{i_R}{2} = \frac{U_0}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{U_0}{4\sqrt{2}R} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \frac{U_0}{4\sqrt{2}R} 2 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{8}\right) \cos \frac{3\pi}{8} = \frac{U_0}{2\sqrt{2}R} \cos \frac{3\pi}{8} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{8}\right). \end{aligned}$$

Độ lệch pha giữa i_1 và i_2 là $\varphi(i_2) - \varphi(i_1) = -\frac{\pi}{8} - \left(-\frac{5\pi}{8}\right) = \frac{\pi}{2}$, hay i_2 sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với i_1 .

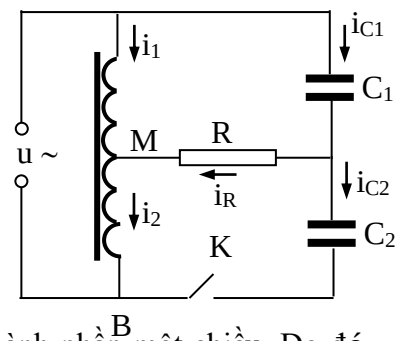
2. (1,5 đ) a) Xét khoá K đóng. Ta kí hiệu các đại lượng có dấu * là các đại lượng trong trường hợp K đóng. Theo giả thiết, cường độ dòng điện qua điện trở R trong trường hợp này bằng

$$i_R^* = \frac{U_0}{2R} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = I_{0R}^* \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right), I_{0R}^* = \frac{U_0}{2R},$$

trong đó I_{0R}^* là biên độ của cường độ dòng điện qua điện trở R . Biên độ của hiệu điện thế giữa

hai đầu điện trở R $U_{0R}^* = I_{0R}^* R = \frac{U_0}{2}$.

Do đó, hiệu điện thế hiệu dụng U_R^* giữa hai đầu điện trở R bằng hiệu điện thế hiệu dụng U_1^* giữa A và M . Ta có: $u_{AM}^* = u_1^* = u_{C_1}^* + u_R^*$.

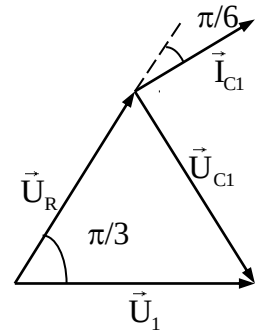


Nếu mô tả các hiệu điện thế giữa A và M, giữa hai đầu điện trở R và giữa hai đầu tụ điện C_1 tương ứng bởi các vector $\vec{U}_1^*, \vec{U}_R^*$ và $\vec{U}_{C_1}^*$ thì ta có $\vec{U}_1^* = \vec{U}_R^* + \vec{U}_{C_1}^*$.

Từ giản đồ vector suy ra tam giác tạo bởi các vector nói trên là tam giác đều. Do đó, hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện C_1 khi K đóng

bằng $U_{C_1}^* = U_1^* = U_R^* = \frac{U_{0R}^*}{\sqrt{2}} = \frac{U_0}{2\sqrt{2}} \dots\dots\dots (0,5 đ)$

Giản đồ vector ta thấy cường độ dòng điện $i_{C_1}^*$ qua tụ điện C_1 trễ pha $\frac{\pi}{6}$ so với cường độ dòng điện i_R^* qua điện trở R và cường độ dòng điện hiệu dụng qua tụ điện C_1 bằng cường độ dòng điện hiệu dụng qua điện trở R: $I_{C_1}^* = I_R^*$ vì $Z_{C_1} = R$.



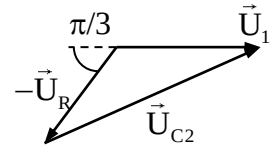
Mặt khác, ta có: $u_{C_2}^* = u_{MB}^* + u_R^* = u_{AM}^* + u_R^* = u_1^* + u_R^*$.

Nếu mô tả các hiệu điện thế giữa A và M, giữa hai đầu điện trở R và giữa hai đầu tụ điện C_2 tương ứng bởi các vector $\vec{U}_1^*, \vec{U}_R^*$ và $\vec{U}_{C_2}^*$ thì ta có

$$\vec{U}_{C_2}^* = \vec{U}_R^* + \vec{U}_1^*.$$

Từ giản đồ vector (hình bên) suy ra hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện C_2 khi K đóng

bằng: $U_{C_2}^* = U_1^* \sqrt{3} = U_0 \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \dots\dots\dots (0,5 đ)$

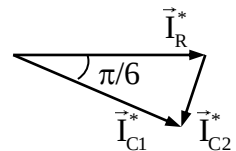


b) Ta có $i_{C_1}^* = i_{C_2}^* + i_R^*$.

Nếu mô tả các cường độ dòng điện qua điện trở R, tụ điện C_1 và tụ điện C_2 tương ứng bởi các vector $\vec{I}_R^*, \vec{I}_{C_1}^*$ và $\vec{I}_{C_2}^*$ thì ta có: $\vec{I}_{C_1}^* = \vec{I}_{C_2}^* + \vec{I}_R^*$.

Từ giản đồ vector (hình bên) suy ra cường độ dòng điện hiệu dụng qua tụ điện C_2 bằng

$$I_{C_2}^* = 2I_R^* \sin \frac{\pi}{12} = 2 \frac{U_1^*}{R} \sin \frac{\pi}{12}.$$



Dung kháng của tụ điện C_2 bằng: $Z_{C_2} = \frac{U_{C_2}^*}{I_{C_2}^*} = \frac{U_1^* \sqrt{3}}{\frac{2U_1^*}{R} \sin \frac{\pi}{12}} = \frac{R\sqrt{3}}{2 \sin \frac{\pi}{12}}.$

Do $Z_{C_1} = R$ nên $\frac{C_2}{C_1} = \frac{Z_{C_1}}{Z_{C_2}} = \frac{R \cdot 2 \sin \frac{\pi}{12}}{R\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin \frac{\pi}{12} \dots\dots\dots (0,5 đ)$

CÂU IV (3,0 điểm)

1. (1,0 đ) Còi chùm song song xuất phát từ vật ở xa vô cùng. Vì điều kiện tương điểm thỏa mãn nên chùm tia ló sẽ đồng qui tại F trên trục chính. F là tiêu điểm chính của hệ. Quá trình tạo ảnh như sau:

$$\begin{array}{ccccccc} S \text{ ở } \infty & \xrightarrow{O_1} & S_1 \text{ ở } F_1' & \xrightarrow{O_2} & S_2 \text{ ở } F \\ d_1 = \infty & & d_1' = f_1 & & d_2 & & d_2' \end{array}$$

Từ $d_1 = \infty$, ta tính được $d_1' = f_1$; $d_2 = O_1O_2 - d_1' = e - f_1$, $d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = \frac{(f_1 - e)f_2}{f_1 + f_2 - e} = O_2F$.

Xét tia song song bất kì truyền như hình vẽ.

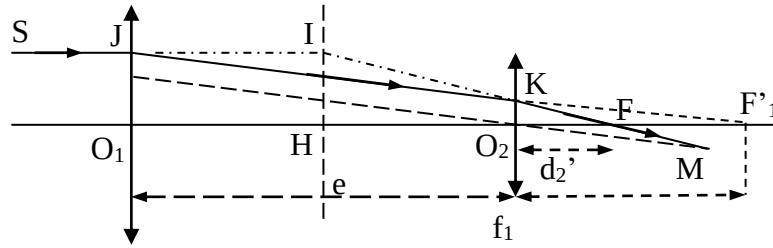
Do hai tam giác $F_1'KO_2$ và $F_1'JO_1$ là đồng dạng nên

$$\frac{KO_2}{JO_1} = \frac{F_1'O_2}{F_1'O_1} = \frac{f_1 - e}{f_1}.$$

Do hai tam giác FKO_2 và FIH là đồng dạng nên $\frac{FO_2}{FH} = \frac{KO_2}{IH} = \frac{d'_2}{f}$.

Từ các kết quả trên suy ra $HF = f = \frac{f_1 d'_2}{f_1 - e} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$ không đổi

Kết quả đúng với mọi tia. Như vậy, F và H không phụ thuộc vào tia tới SJ.



2. a) (1,0 đ) Ta có $D_1 = \frac{1}{f_1}$ là độ tụ của kính trường, $D_2 = \frac{1}{f_2}$ là độ tụ của kính mắt và $D = \frac{1}{f}$ là độ tụ của thị kính đối với ánh sáng có bước sóng λ . Đặt $D_1 = (n-1)A$, $D_2 = (n-1)B$ với A, B là các hằng số dương phụ thuộc vào dạng hình học của thấu kính.

Từ $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - e}$ suy ra $D = D_1 + D_2 - e D_1 D_2$, hay:

$$D = (n-1)A + (n-1)B - e(n-1)^2 AB$$

Từ đó: $\frac{dD}{dn} = A + B - 2eAB(n-1)$

Để D hầu như không phụ thuộc vào n gần n_0 thì giá trị của đạo hàm $\frac{dD}{dn}$ tại $n = n_0$ (ứng với $\lambda = \lambda_0$) phải bằng không. Kí hiệu e thỏa mãn điều kiện đó là e_0 :

$$\left. \frac{dD}{dn} \right|_{n_0} = A + B - 2e_0 AB(n_0 - 1) = 0. \text{ Thay } A = \frac{1}{f_{01}(n_0 - 1)}; B = \frac{1}{f_{02}(n_0 - 1)} \text{ ta có:}$$

$$e_0 = \frac{A + B}{2eAB(n_0 - 1)} = \frac{f_{01} + f_{02}}{2}.$$

b) (1,0 đ) Giả thiết cho khoảng cách giữa hai kính là ke_0 . Từ $n = a + \frac{b}{\lambda^2}$ suy ra $\Delta n = -\frac{2b}{\lambda^3} \Delta \lambda$;

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta D}{\Delta n} \right)_{n=n_0} &= A + B - 2ke_0 AB(n_0 - 1) = \frac{1}{(n_0 - 1)} (D_{01} + D_{02} - 2ke_0 D_{01} D_{02}); \\ \Delta D &= \frac{D_{01} + D_{02} - 2ke_0 D_{01} D_{02}}{n_0 - 1} \left(-\frac{2b}{\lambda_0^3} \right) \Delta \lambda = -\frac{2b(D_{01} + D_{02} - 2ke_0 D_{01} D_{02})}{(n_0 - 1)\lambda_0^3} \Delta \lambda. \\ \Delta D &= \frac{-2b \left(\frac{1}{f_{01}} + \frac{1}{f_{02}} - 2k \frac{f_{01} + f_{02}}{2} \frac{1}{f_{01}} \cdot \frac{1}{f_{02}} \right)}{(n_0 - 1)\lambda_0^3} \Delta \lambda = -\frac{2b(f_{01} + f_{02})}{(n_0 - 1)\lambda_0^3 f_{01} f_{02}} (1 - k) \Delta \lambda. \end{aligned}$$

CÂU V (3,5 điểm)

1. (0,5 đ) Với v nhỏ, tần số dòng xoay chiều bằng tần số quay của hạt trong từ trường:

$$e\omega_0 R B_0 = m_0 \omega_0^2 R, \text{ suy ra } \omega_0 = \frac{eB_0}{m_0} = 2\pi f_0. \text{ Tần số } f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{eB_0}{2\pi m_0} \quad (1); B_0 = \frac{2\pi m_0 f_0}{e}$$

2. a) **(1,5 đ)** Với v lớn. Khối lượng hạt thay đổi theo vận tốc $m = \gamma m_0$, với $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

Thay vào (1) $f = \frac{f_0}{\gamma}$; động năng $W = m_0 c^2 (\gamma - 1) = m_0 c^2 \left(\frac{f_0}{f} - 1 \right)$ (2) suy ra: $\frac{W}{m_0 c^2} = \frac{f_0}{f} - 1$.

Đạo hàm hai vế theo thời gian t : $\frac{dW}{dt} = -m_0 c^2 \frac{f_0}{f^2} \frac{df}{dt} = \Delta E f$ (trong 1s hạt quay được f vòng, sau mỗi vòng năng lượng tăng một lượng ΔE).

$$-\frac{df}{f^3} = \frac{\Delta E}{f_0 m_0 c^2} dt. \text{ Tích phân từ } 0 \rightarrow t \text{ ta có } \frac{1}{2f^2} - \frac{1}{2f_1^2} = \frac{\Delta E \cdot t}{f_0 m_0 c^2}$$

$$\text{Biến đổi: } f = \frac{f_1}{\sqrt{1 + \frac{2f_1^2 \Delta E \cdot t}{f_0 m_0 c^2}}} = \frac{f_1}{\sqrt{1 + \frac{4\pi f_1^2 \Delta E \cdot t}{e B_0 c^2}}}$$

$$\text{b) (1,5 đ) Viết lại (1) } f = \frac{eB}{2\pi\gamma m_0} = f_0 = \frac{eB_0}{2\pi m_0} \Rightarrow B = \gamma B_0 \quad (3)$$

$$\text{Kết hợp với (2) ta có: } B = B_0 \left(1 + \frac{W}{m_0 c^2} \right).$$

$$+ \text{ Bán kính quỹ đạo: } r = \frac{mv}{eB} = \frac{\gamma m_0 v}{\gamma e B_0} = \frac{m_0}{e B_0} \cdot v \quad (4)$$

$$\text{Từ (3): } \left(\frac{B}{B_0} \right)^2 = \gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{B_0}{B} \right)^2.$$

$$\text{Thay } v \text{ và thế (1) vào (4) ta được } r = \frac{c}{2\pi f_0} \sqrt{1 - \left(\frac{B_0}{B} \right)^2} = \frac{c}{2\pi f_0} \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi m_0 f_0}{eB} \right)^2}$$

CÂU VI (4,0 điểm)

1) **(1,5 đ)** Gọi ω là vận tốc góc của chuyển động quay, a là bán kính quả cầu.

$$\text{Momen động lượng spin } S = I\omega = \frac{2}{5} m a^2 \cdot \omega = s \cdot \hbar \quad (1) \dots\dots\dots (0,25 đ)$$

Để tính momen từ, ta chia hình cầu thành những vỏ trụ có trục trùng với trục quay. Xét vỏ hình trụ bán kính đáy b , chiều cao $2\sqrt{a^2 - b^2}$ và chiều dày db . Thể tích vỏ trụ $dV = 4\pi b \sqrt{a^2 - b^2} db$ ứng với điện tích $dq = \rho dV$. Điện tích này quay với vận tốc góc ω nên

sinh ra dòng $dI = \frac{dq}{T} = dq \cdot f = dq \cdot \frac{\omega}{2\pi}$. Momen từ do hình trụ gây ra:

$$d\mu = \pi b^2 dI = \pi b^2 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \rho \cdot 4\pi b \sqrt{a^2 - b^2} db = 2\pi \omega \rho b^3 \sqrt{a^2 - b^2} db \dots\dots\dots (0,75 đ)$$

$$\text{Đặt } b = a \cos\theta \text{ và tích phân theo toàn khối cầu ta có } \mu_s = \frac{4}{15} \pi \omega \rho a^5 = \frac{1}{5} \omega e a^2.$$

$$\text{Thay (1) vào ta có } \mu_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{s \cdot e \hbar}{m} = s \mu_B \quad (2), \text{ trong đó } \mu_B \text{ gọi là magneton Bohr.}$$

Nhận xét: Kết quả tính được chỉ bằng một nửa giá trị lý thuyết theo cơ học lượng tử. (0,5 đ)

2. **(1,5 đ)** Hạt chuyển động tròn đều trên quỹ đạo r_n :

$$\text{- Điều kiện lượng tử hóa Bohr có dạng } L_n = m v r_n = n \hbar \Rightarrow v = \frac{n \hbar}{m r_n} \quad (3)$$

- Lực Coulomb cân bằng lực quán tính ly tâm $\frac{mv^2}{r_n} = \frac{ke^2}{r_n^2}$ (4)

Từ (3) và (4) $r_n = n^2 \cdot \frac{\hbar^2}{mke^2} \equiv n^2 \cdot r_B$, với $r_B = \frac{\hbar^2}{mke^2}$ là bán kính Bohr. (0,5 đ)

Năng lượng $E_n = \frac{mv^2}{2} - \frac{ke^2}{r_n} = -\frac{ke^2}{2r_n} = -\frac{R_y}{n^2}$, trong đó hằng số Rydberg $R_y = \frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}$ (5)

Chu kỳ của chuyển động quay $T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n} = \frac{2m\pi r_n^2}{n\hbar}$, suy ra cường độ dòng điện $I = \frac{e}{T_n}$.

Cường độ từ trường do dòng điện tròn bán kính r_n gây ra tại tâm là:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2r_n} = \frac{n\mu_0 e\hbar}{4m\pi r_n^3} = \frac{n\mu_0 \mu_B}{2\pi r_n^3} \cdot \dots \dots \dots (0,5 \text{ đ})$$

Thế năng tương tác của từ trường B và momen từ spin μ_s có độ lớn

$$U_{so} = -B \cdot \mu_s = -\frac{2ns\mu_0\mu_B^2}{2\pi r_n^3} = -\frac{1}{r_n} \cdot \frac{ns\mu_0\mu_B^2}{\pi r_n^2} = \frac{2E_n}{ke^2} \cdot \frac{ns\mu_0\mu_B^2}{\pi n^4 r_B^2}$$

$$\text{Xét tỷ số } \frac{\mu_B}{r_B} = \frac{\frac{e\hbar}{2m}}{\frac{\hbar^2}{mke^2}} = \frac{ke^3}{2\hbar},$$

$$\rightarrow U_{so} = \left(\frac{\mu_0 ce^2}{4\pi\hbar} \right)^2 \cdot 2s \cdot \frac{E_n}{n^3} \equiv \alpha^2 \cdot 2s \cdot \frac{E_n}{n^3} = -\alpha^2 \cdot 2s \cdot \frac{R_y}{n^5} \text{ với } \alpha = \frac{1}{137} \text{ là hằng số tế vi. (0,5 đ)}$$

3) (0,5 đ) Mức năng lượng E_n bây giờ tách thành hai mức $E_{n\pm} = -\frac{R_y}{n^2} \mp \frac{\alpha^2}{2} \frac{R_y}{n^5}$

Mức cơ bản ứng với $n = 1$ và $s = 1/2$, $E_{1+} = -R_y - \frac{R_y \alpha^2}{2}$

Vậy hai bước sóng cần tìm là $\lambda_{2\pm} = \frac{hc}{E_{2\pm} - E_{1+}}$.

$$\text{Khoảng cách giữa hai bước sóng } \Delta\lambda_2 \approx \frac{hc \frac{R_y \alpha^2}{2 \cdot 2^5}}{R_y^2 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)^2} = \frac{1}{36} \alpha^2 \frac{hc}{R_y} \approx 0,14 \text{ pm}$$

4) (0,5 đ) Khi nguyên tử đứng yên và không tính đến spin, photon phát ra khi electron chuyển

từ quỹ đạo n về trạng thái cơ bản có bước sóng $\lambda_n = \frac{hc}{E_n - E_1} = \frac{hc}{R_y \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}$

Ở nhiệt độ T , các nguyên tử chuyển động với vận tốc trung bình $v = \sqrt{\frac{3kT}{m_H}}$ theo các hướng

khác nhau. Do nguyên tử chuyển động, bước sóng của photon phát ra tăng hoặc giảm do hiệu ứng Doppler. Gọi v là vận tốc nguyên tử. Giả sử photon bay ra cùng (ngược) hướng với vận

tốc nguyên tử, photon thu được có bước sóng $\lambda_n^\mp = \lambda_n \sqrt{\frac{c \pm v}{c \mp v}}$

$$\text{Độ rộng vạch phổ } \Delta\lambda_n^D \approx \lambda_n \frac{2v}{c} = \sqrt{\frac{3kT}{m_H}} \cdot \frac{2h}{R_y \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}.$$

-----HẾT-----