

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: **VẬT LÝ**Thời gian: **240** phút (không kể thời gian giao đề)Ngày thi thứ nhất: **25/03/2014**

Đáp án gồm 07 trang

CÂU I

1. C1: Xét với tâm quay tức thời O' như hình vẽ, dễ thấy mômen lực của hệ đối với O' bằng không nên mômen động lượng đối với O' bảo toàn:

$$yv_x - xv_y = C$$

C2: áp dụng định luật II Newton tại thời điểm bất kỳ:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -k(\sqrt{x^2 + y^2} - L)\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} = -kx + \frac{kLx}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ m\ddot{y} = -k(\sqrt{x^2 + y^2} - L)\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = -ky + \frac{kLy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \ddot{xy} = \ddot{yx} \Rightarrow \ddot{xy} + \dot{x}\dot{y} = \ddot{yx} + \dot{x}\dot{y} \Rightarrow \frac{d(\dot{xy})}{dt} = \frac{d(\dot{yx})}{dt} \Rightarrow yv_x - xv_y = C \quad (1)$$

$$\text{Tại } t = 0 \Rightarrow C = v_0 L. \quad (2)$$

$$\text{Khi lò xo có độ giãn cực đại: } d\ell = 0 \Rightarrow d(x^2 + y^2) = 0 \Rightarrow x_m v_{xm} + y_m v_{ym} = 0 \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow v_{xm} = \frac{v_0 L y_m}{\ell_m^2}; \quad v_{ym} = -\frac{v_0 L x_m}{\ell_m^2}.$$

$$\text{Từ đây } \Rightarrow v_{xm}^2 + v_{ym}^2 = \frac{v_0^2 L^2}{\ell_m^2};$$

Bảo toàn năng lượng cho ta:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}k(\ell_m - L)^2 + \frac{1}{2}m\frac{v_0^2 L^2}{\ell_m^2} \Rightarrow \ell_m^3 - L\ell_m^2 - \frac{mv_0^2}{k}\ell_m - \frac{mv_0^2}{k}L = 0$$

Thay số vào và giải ra được $\ell_m = 11,33 \text{ cm}$ hay $\delta = 13,3 \%$.

2. Xét hệ quy chiếu khối tâm chuyển động với tốc độ $\frac{V_0}{2}$. Tại thời điểm ban đầu, hai vật

chuyển động ngược chiều nhau với tốc độ $\frac{V_0}{2}$. Các hạt luôn có cùng tốc độ nhưng chuyển động

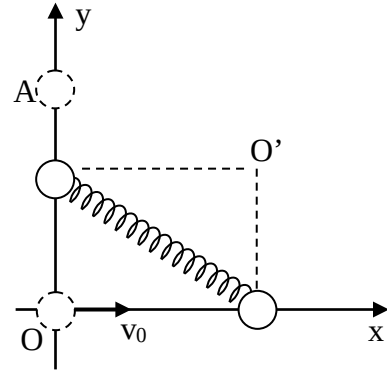
ngược chiều nhau trong HQC này. Khi lò xo giãn cực đại thì các vectơ vận tốc sẽ vuông góc với trục lò xo.

$$\text{Bảo toàn mômen động lượng: } 2m\frac{v_0}{2}\frac{L}{2} = 2m\frac{v_m}{2}\frac{\ell_m}{2} \Rightarrow v_m = \frac{v_0 L}{\ell_m}$$

$$\text{Bảo toàn năng lượng: } 2 \cdot \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}m\left(\frac{v_m}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}k(\ell_m - L)^2 \Rightarrow v_0^2 - v_m^2 = 2k(\ell_m - L)^2$$

$$\Rightarrow mv_0^2(\ell_m^2 - L^2) = 2k(\ell_m - L)^2 \ell_m^2 \Rightarrow \ell_m^3 - L\ell_m^2 - \frac{mv_0^2}{2k}\ell_m - \frac{mv_0^2}{2k}L = 0$$

Thay số vào và giải ra được $\ell_m = 10,72 \text{ cm}$ hay $\delta = 7,2 \%$.



CÂU II

a) Tại thời điểm ban đầu, vật chỉ có chuyển động quay quanh khối tâm nên lực cản ma sát tại một vị trí trên đĩa sẽ hướng theo phương tiếp tuyến với véc tơ bán kính:

+ Xác định mô men lực tác dụng lên nửa vành tròn bán kính r , độ dày dr .

$$dM = r dF = -kdS\omega_0 r^2 = -\pi k\omega_0 r^3 dr$$

Tích phân trong toàn mặt đĩa:

$$M = -\pi(k_1 + k_2)\omega_0 \frac{R^4}{4} = \frac{1}{2}MR^2\gamma \Rightarrow \gamma = -\frac{\pi(k_1 + k_2)\omega_0 R^2}{2M}$$

+ Do tính chất đối xứng nên ta có thể thấy thành phần lực cản vuông góc với Δ tự triệt tiêu nhau, nên để tìm hợp lực ta chỉ cần đi tìm thành phần song song với trục Δ . Xét cho vi phân diện tích dS có véc tơ bán kính r hợp với Δ một góc α , độ dày dr , góc nhìn từ tâm đĩa.

$$dF_\Delta = kdSv \sin \alpha = kr d\alpha dr \omega_0 r \sin \alpha$$

Tích phân trên toàn bộ mặt đĩa:

$$F = \frac{2}{3}(k_2 - k_1)\omega_0 R^3 = Ma_G \Rightarrow a_G = \frac{2(k_2 - k_1)\omega_0 R^3}{3M}$$

Hướng lên trên theo hình vẽ, dọc theo Δ .

b) Tại thời điểm bất kì, giả sử đĩa có vận tốc khối tâm v và vận tốc góc ω . Ta có thể tách vận tốc của một điểm trên đĩa thành hai phần v và ωr . Có thể nhận thấy lực cản có hợp lực luôn song song với Δ nên tâm đĩa luôn nằm trên Δ .

Với thành phần ωr , tương tự như trên ta có:

Mô men cản:

$$M_1 = -\frac{1}{4}\pi(k_1 + k_2)\omega R^4$$

Lực kéo

$$F_1 = \frac{2}{3}(k_2 - k_1)\omega R^3$$

Với thành phần v , ta có:

Lực cản

$$F_2 = -\frac{1}{2}(k_1 + k_2)\pi R^2 v$$

Mô men kéo

$$M_2 = \frac{1}{2}(k_2 - k_1)\pi R^2 v \frac{4R}{3\pi} = \frac{2}{3}(k_2 - k_1)R^3 v$$

Vậy ta có:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}(k_2 - k_1)R^3 v - \frac{1}{4}\pi(k_1 + k_2)\omega R^4 = \frac{1}{2}MR^2 \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{2}{3}(k_2 - k_1)\omega R^3 - \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\pi R^2 v = M \frac{dv}{dt} \end{cases}$$

Nhân hai cả hai vế với dt và tích phân hai vế ta được:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}(k_2 - k_1)R^3 L - \frac{1}{4}\pi(k_1 + k_2)R^4 \Delta\phi = \frac{1}{2}MR^2(-\omega_0) \\ \frac{2}{3}(k_2 - k_1)R^3 \Delta\phi - \frac{1}{2}(k_1 + k_2)\pi R^2 L = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{2}{3}(k_2 - k_1)R^3 L - \frac{1}{4}\pi(k_1 + k_2)R^4 \Delta\phi = \frac{1}{2}MR^2(-\omega_0) \\ \Delta\phi = \frac{3\pi}{4} \frac{k_1 + k_2}{k_2 - k_1} \frac{2}{3} \frac{L}{R} \end{cases}$$

$$L = \frac{M\omega_0}{\frac{3\pi}{8} \frac{(k_1 + k_2)^2}{k_2 - k_1} - \frac{4}{3}(k_2 - k_1)}$$

CÂU III

1. Lúc khí đạt trạng thái ổn định, số mol hạt trên một đơn vị thể tích $\nu = \frac{n}{V}$ có giá trị ổn định và phụ thuộc theo độ cao.

- Trạng thái dừng, số hạt đến va chạm với tiết diện bình từ phía trên và phía dưới bằng nhau:

$$\nu \langle v \rangle = \text{const} \text{ mà } \langle v \rangle \propto \sqrt{T} \Rightarrow \nu \sqrt{T} = \text{const} \equiv a.$$

- Phương trình trạng thái: $P = \nu RT = aR\sqrt{T}$.

$$\text{- Ngoài ra: } dP = -\rho g \cdot dh = -\frac{\mu P}{RT} g \cdot dh \Rightarrow aR \frac{dT}{2\sqrt{T}} = -\frac{\mu aR\sqrt{T}}{RT} g \cdot dh \Rightarrow dT = -\frac{2\mu g}{R} dh$$

- Lấy tích phân ta được $T(h) = T_0 - bh$ với $b = \frac{2\mu g}{R}$.

- Tại đáy trên $T_L = T_0 - bL$

- Viết lại $\nu = \frac{a}{\sqrt{T_0 - bh}}$

$$2. \text{ Vị trí khối tâm của lượng khí: } h_G = \frac{\int_0^L \nu v S \cdot dh}{\int_0^L \nu S \cdot dh} = \frac{\int_0^L \frac{ah \cdot dh}{\sqrt{T_0 - bh}}}{\int_0^L \frac{a \cdot dh}{\sqrt{T_0 - bh}}}$$

- Bằng cách đổi biến $u = \sqrt{T_0 - bh}$ tích phân trên có thể đưa về dạng sau:

$$h_G = \frac{-\int_{\sqrt{T_0}}^{\sqrt{T_L}} \frac{2a}{b^2} (T_0 - u^2) du}{-\int_{\sqrt{T_0}}^{\sqrt{T_L}} \frac{2a}{b} du} = \frac{1}{b} \frac{3T_0 (\sqrt{T_L} - \sqrt{T_0}) - (\sqrt{T_L^3} - \sqrt{T_0^3})}{3(\sqrt{T_L} - \sqrt{T_0})}$$

- Cuối cùng $h_G = \frac{1}{3b} (2T_0 - T_L - \sqrt{T_L T_0}) = \frac{1}{3b} (T_0 + bL - \sqrt{T_0 (T_0 - bL)})$

3. Ta đi tìm nhiệt lượng δQ cần cung cấp cho bình khí để nhiệt độ đáy của nó tăng lên dT .

$$\delta Q = \delta A + dU$$

- Công khí nhận được làm tăng thế năng trọng trường của khí:

$$\delta A = mg \cdot dh = \frac{mg}{3} \frac{R}{2\mu g} \left(dT - \frac{2T_0 - bL}{2\sqrt{T_0 (T_0 - bL)}} dT \right) = \frac{nR}{6} \left(1 - \frac{2T_0 - bL}{2\sqrt{T_0 (T_0 - bL)}} \right) dT$$

- Do $T(h) = T_0 - bh$ nên $dT(h) = dT$ tức là nhiệt độ các phần bình khí đều tăng lên một lượng như nhau là dT suy ra $dU = \frac{5}{2} nR dT$.

- Vậy: $\delta Q = \delta A + dU = nR \left(\frac{8}{3} - \frac{2T_0 - bL}{12\sqrt{T_0 (T_0 - bL)}} \right) dT$

$$\Rightarrow C_v = \frac{\delta Q}{n.dT} = \left(\frac{8}{3} - \frac{2T_0 - bL}{12\sqrt{T_0(T_0 - bL)}} \right) R$$

CÂU IV:

1. Pt Newton cho hạt chuyển động trong từ trường có dạng $m \frac{d\vec{v}}{dt} = e\vec{v} \times \vec{B}$

Chiếu lên ba phương của hệ tọa độ trụ:

$$er\dot{\theta}B_z = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \quad (1)$$

$$-e \left(\frac{r}{2} \dot{z} \frac{dB_z}{dz} + rB_z \right) = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \quad (2)$$

$$e \frac{r^2}{2} \dot{\theta} \frac{dB_z}{dz} = m\ddot{z} \quad (3)$$

- Chú ý rằng $\frac{dB_z}{dt} = \frac{dB_z}{dz} \frac{dz}{dt} = \dot{z} \frac{dB_z}{dz}$, hệ thức (2) có thể viết lại như sau

$$-\frac{e}{2r} \cdot \frac{d(r^2 B_z)}{dt} = \frac{m}{r} \frac{d(r^2 \dot{\theta})}{dt} \Rightarrow r^2 \left(\frac{eB_z}{2} + m\dot{\theta} \right) = \text{const}$$

- Ở thời điểm ban đầu $r = r_A = 0 \Rightarrow \text{const} = 0$ nên ta có $\frac{eB_z}{2} + m\dot{\theta} = 0$ hay

$$\dot{\theta} = -\frac{e}{2m} B_z \quad (4)$$

- Từ đây suy ra $k = -\frac{e}{2m}$

- Tính đến (4), (1) có thể viết lại như sau: $-\frac{e^2 r}{2m} B_z^2 = m \left(\ddot{r} - r \frac{e^2}{4m^2} B_z^2 \right)$ hay

$$\ddot{r} = -\frac{e^2}{4m^2} r B_z^2 = -k^2 r B_z^2 \quad (5)$$

- Về trái (3) chứa r^2 và chỉ xét ở gần trục nên số hạng này có thể bỏ qua, nên: $\ddot{z} = 0$

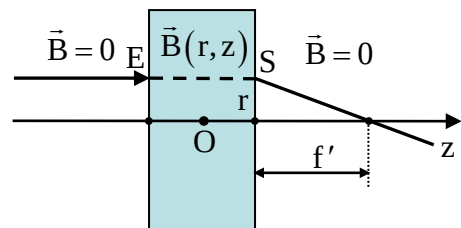
2. - Từ $\ddot{z} = 0$ nên $v_z = \text{const} = v_0 \cos \alpha$.

- Tương tự trên $\frac{dr}{dz} = \frac{dr}{dt} \frac{dt}{dz} = \frac{1}{v_z} \frac{dr}{dt}$

- Tiếp tục $\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{v_z} \frac{dr}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{v_z} \frac{dr}{dt} \right) \frac{dt}{dz} = \frac{1}{v_z^2} \frac{d^2 r}{dt^2}$

- Thay vào (5): $\frac{d^2 r}{dz^2} = -\frac{e^2}{4m^2 v_z^2} r B_z^2$ hay $\frac{d^2 r}{dz^2} + \left(\frac{eB_z}{2mv_z} \right)^2 r = 0 \quad (6)$

Với α nhỏ $v_z \approx v_0$, phương trình mô tả quỹ đạo của proton này ít ảnh hưởng bởi tham số α chỉ hướng của vec tơ vận tốc ban đầu nên mọi proton xuất phát từ A với cùng độ lớn vận tốc v_0 sẽ có quỹ đạo cắt trục Oz tại cùng một điểm A'.



3. Trong thấu kính $r = \text{const}$ nên theo (6) ta có

$$\frac{dr}{dz} = \text{const} - \frac{e^2 r}{4m^2 v_0^2} \int_{-d/2}^{d/2} B_z^2 dz$$

- Tại E và tại S ta có: $\left. \frac{dr}{dz} \right|_E = 0$, $\left. \frac{dr}{dz} \right|_S = -\frac{r}{f'}$. Thay vào phương trình trên có ngay

$$-\frac{r}{f'} = -\frac{e^2 r}{4m^2 v_0^2} \int_{-d/2}^{d/2} B_z^2 dz$$

- Vậy tiêu điểm ảnh của thấu kính từ này bằng: $\frac{1}{f'} = \left(\frac{e}{2mv_0} \right)^2 \int_{-d/2}^{d/2} B_z^2 dz$ (7)

- Áp dụng tính tích phân

$$\int_{-d/2}^{d/2} B_z^2 dz = B_0^2 \int_{-d/2}^{d/2} e^{-2az^2} dz = 2B_0^2 \int_0^{d/2} e^{-(z\sqrt{2a})^2} d\left(\frac{z\sqrt{2a}}{\sqrt{2a}}\right) = 2 \frac{B_0^2}{\sqrt{2a}} \int_0^{d\sqrt{2a}/2} e^{-t^2} dt$$

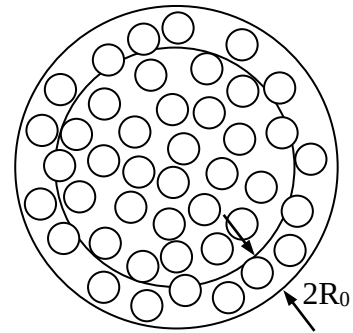
$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{e}{2mv_0} \right)^2 \frac{2B_0^2}{\sqrt{2a}} \int_0^{d\sqrt{2a}/2} e^{-t^2} dt = 6,1195 \int_0^{0,048} e^{-t^2} dt = 2,935 \text{ m}^{-1} \Rightarrow f' = 34 \text{ cm}$$

CÂU V

1. Có A nucleon, mỗi nucleon lại liên kết với 12 nucleon khác nên tổng số liên kết là $\frac{12A}{2} = 6A$.

Số hạng thứ nhất trong năng lượng liên kết là $a_v A^\alpha = 6Au$, hay $a_v = 6u, \alpha = 1$.

2. Mỗi nucleon ở bề mặt bị tính thừa 6 liên kết, do vậy năng lượng thừa là $\Delta A.3u$, trong đó ΔA là số nucleon ở bề mặt. Gọi R là bán kính hạt nhân, R_0 là bán kính một nucleon. Lớp nguyên tử ngoài cùng có chiều dày $2R_0$.



- Ta có $\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{4\pi R^2 \cdot 2R_0}{\frac{4\pi}{3} R^3} = \frac{6R_0}{R}$.

- Mặt khác: $V = \frac{4\pi}{3} R^3 = A \frac{4\pi}{3} R_0^3 \frac{1}{\eta}$, trong đó $\eta = \frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ là tỷ số xếp chặt, suy ra $\frac{R_0}{R} = \left(\frac{\eta}{A} \right)^{1/3}$

- Vậy: $\Delta A = 6\eta^{1/3} A^{2/3} \Rightarrow a_s = 18\eta^{1/3} u, \beta = \frac{2}{3}$.

3. Điện trường tạo bởi hạt nhân có biểu thức $E = \begin{cases} \frac{kZe}{R^3} \cdot r; & r \leq R \\ \frac{kZe}{r^2}; & r > R \end{cases}$

- Năng lượng tĩnh điện $W = \int_0^\infty \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 4\pi r^2 dr = \frac{3}{5} \frac{kZ^2 e^2}{R_0} \left(\frac{\eta}{A} \right)^{1/3}$

- Vậy: $\gamma = 2, \delta = 1/3$ và $a_c = \frac{3}{5} \frac{ke^2 \eta^{1/3}}{R_0}$.

4. a) Năng lượng của dao động tử điều hoà bảo toàn $E = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2}$

- Quỹ đạo pha là hình elip có các bán trục $p_{\max} = \sqrt{2mE}$, $x_{\max} = \sqrt{\frac{2E}{k}}$.

Diện tích của elip này $S = \pi p_{\max} x_{\max} = 2\pi E \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi E}{\omega}$, suy ra đpcm

b) Năng lượng tổng cộng $E(n_1, n_2, n_3) = \left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2}\right) \frac{h\omega}{2\pi} = \left(n + \frac{3}{2}\right) \varepsilon$

c) Ta tính độ chênh lệch năng lượng xuất phát từ $N = Z$, sau khi dịch chuyển 1 cặp thì năng lượng tăng lên là 2ε , dịch chuyển cặp thứ hai thì năng lượng tăng không phải là 2ε mà là $2.3\varepsilon, \dots$

- Tổng số năng lượng tăng lên là $\Delta E_A = 2\varepsilon [1 + 3 + 5 + \dots + (2m-1)]$, trong đó $m = \frac{Z-N}{2}$ là số cặp cần chuyển.

- Dãy số lẻ trên có tổng m^2 .

- Vậy: $\Delta E_A = 2m^2 \varepsilon = \frac{(Z-N)^2 \varepsilon}{2} = \frac{(A-2Z)^2 \varepsilon}{2}$

- So sánh với năng lượng liên kết được $\sigma = 2$

- So sánh hai biểu thức thấy thừa ra hệ số $\frac{1}{A}$. Nguyên nhân là ta xét hạt dao động điều hoà trong không gian tự do, còn các nucleon dao động trong không gian hạt nhân nên khoảng cách giữa các mức năng lượng tỷ lệ với $\frac{1}{A}$.

$$5. E(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - \frac{a_c Z^2}{A^{1/3}} - \frac{a_A (A-2Z)^2}{A}$$

- Hạt bền nhất ứng với $\frac{dE}{dZ} = 0$

$$\text{- Kết quả } Z_{\min} = \frac{A}{\frac{a_c}{2a_A} A^{2/3} + 2} = \frac{A}{0,015A^{2/3} + 2}$$

CÂU VI

- Năng lượng nghỉ của hạt α là $E_0 = m_\alpha c^2 = 4,0015.931,5 = 3727 \text{ MeV}$.

- Tổng năng lượng của hạt $E = E_0 + T = 3927 \text{ MeV}$

- Từ đây suy ra $\gamma = \frac{E}{E_0} = 1,05366$

- Dễ dàng suy ra $v = 0,315c$. Do đó ta phải sử dụng hệ thức tương đối tính

$$p_x = \gamma m_\alpha v \approx 6,6.10^{-19} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

- Bây giờ chúng ta ước lượng giá trị sai số động lượng của hạt α từ hệ thức bất định. Có thể lấy giá trị sai số tọa độ $\Delta x \approx 10^{-6} \text{ m}$.

- Hệ thức bất định cho phép một giới hạn dưới của sai số về xung lượng là

$$\Delta p_x \approx \frac{h}{\Delta x} = 10^{-28} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

- So sánh ta thấy Δp_x có giá trị nhỏ hơn rất nhiều lần với chính giá trị động lượng p_x của hạt α như đã tính ở trên. Như vậy có thể coi vệt bọt nước mà hạt α tạo ra khi đi vào buồng bọt là quỹ đạo chuyển động của nó.