

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: **VẬT LÝ**Thời gian: **240** phút (không kể thời gian giao đề)Ngày thi thứ nhất: **26/03/2014**

Đáp án gồm 10 trang

CÂU I

1. Xét hệ quy chiếu gắn với tấm gỗ. Với giả thiết vật luôn trượt trên tấm gỗ, vật có gia tốc

tương đối không đổi bằng: $a_{td} = \frac{F_{qt} - F_{ms}}{m} = a - \mu g$;và có gia tốc góc quanh khối tâm là: $\gamma = \frac{F_{ms}R}{I} = \frac{\mu g}{kR}$.

Tốc độ tương đối của vật so với tấm gỗ lúc rời tấm gỗ:

$$v_c = \sqrt{v_0^2 + 2a_{td}l} = \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l} \quad \left(a > \mu g - \frac{v_0^2}{2l} \right)$$

Thời gian vật đi hết quãng đường l là: $t_0 = \frac{2l}{v_0 + v_c} = \frac{2l}{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l}}$.

Tốc độ góc của vật và tốc độ khối tâm so với tấm gỗ là:

$$v = v_0 + (a - \mu g)t; \quad \omega_0 = \gamma t = \frac{\mu g}{kR} t$$

Thời gian cần thiết để vật bắt đầu lăn không trượt:

$$v_0 + (a - \mu g)t_1 = \frac{2\mu g}{R} t_1 R = 2\mu g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{3\mu g - a}$$

Để vật vẫn còn trượt so với tấm gỗ khi sắp rơi xuống mặt bàn, ta cần có:

 $t_1 < 0$ (không bao giờ xảy ra sự lăn không trượt) hoặc $t_1 \geq t_0$ + $t_1 < 0 \Rightarrow a > 3\mu g$

$$+ t_1 \geq t_0 \Rightarrow \frac{v_0}{3\mu g - a} \geq \frac{2l}{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l}}$$

$$\Rightarrow v_0 \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l} \geq (6\mu gl - v_0^2) - 2al$$

$$\Rightarrow v_0^4 - 2\mu gl v_0^2 + 4v_0^2 la \geq v_0^4 - 12\mu gl v_0^2 + (6\mu gl)^2 + 4a^2 l^2 - 4al(6\mu gl - v_0^2)$$

$$\Rightarrow 4a^2 l^2 - 10\mu gl v_0^2 + (6\mu gl)^2 - 24a\mu gl^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 6\mu ga - \frac{5\mu g v_0^2}{2l} + (3\mu g)^2 \leq 0$$

$$\Delta' = (3\mu g)^2 - (3\mu g)^2 + \frac{5\mu g v_0^2}{2l} = \frac{5\mu g v_0^2}{2l}$$

$$\Rightarrow 3\mu g - \sqrt{\Delta'} \leq a \leq 3\mu g + \sqrt{\Delta'}$$

Kết hợp lại ta có: $\Rightarrow a \geq 3\mu g - \sqrt{\frac{5\mu g v_0^2}{2l}}$ 2. Với điều kiện $v_0 = \sqrt{\frac{2\mu gl}{5}}$, điều kiện trên trở thành $a \geq 2\mu g$

Vận tốc vật so với đất lúc rời tấm gỗ là:

$$v = v_0 - \mu g \frac{2l}{v_0 + v_c}$$

$$+ v > 0 \Rightarrow v_0^2 + v_0 v_c > 2\mu g l \Rightarrow \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l} > \frac{2\mu g l}{v_0} - v_0 = 4v_0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2al - 4v_0^2} > 4v_0 \Rightarrow a > \frac{10v_0^2}{l} = 4\mu g$$

$$+ v = 0 \Rightarrow a = 4\mu g.$$

$$+ v < 0 \Rightarrow a < 4\mu g.$$

* Sau khi rời tâm gỗ, vật sẽ chuyển động dưới tác dụng của lực ma sát với sàn và cuối cùng sẽ đạt đến trạng thái lăn không trượt trên mặt sàn.

Trong hệ quy chiếu mặt đất, ta luôn có:

$$v = v_0 - \frac{F_{ms}}{m} \Delta t = v_0 - \frac{F_{ms} R}{mR} \Delta t = v_0 - \frac{I\gamma}{mR} \Delta t = v_0 - \frac{R\omega}{2}$$

$$\text{Vật đạt trạng thái lăn không trượt khi } v = R\omega \Rightarrow v' = \frac{2v_0}{3}; \omega' = \frac{2v_0}{3R}.$$

$$v = v_0 - \mu g \frac{2l}{v_0 + v_c} = \frac{2v_0}{3} \Rightarrow \mu g \frac{2l}{v_0 + v_c} = \frac{v_0}{3}$$

$$\Rightarrow v_c = \sqrt{v_0^2 + 2(a - \mu g)l} = \frac{6\mu g l}{v_0} - v_0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2al - 4v_0^2} = 14v_0 \Rightarrow a = \frac{100v_0^2}{l} = 40\mu g$$

Vậy, khi mới rời khỏi tấm gỗ, vật quay theo chiều kim đồng hồ quanh khối tâm và:

+ Nếu $a > 40\mu g$, lúc đầu vật trượt sang phải, chuyển động chậm dần, quay nhanh dần đến khi lăn không trượt.

+ Nếu $a = 40\mu g$, vật lăn không trượt luôn sang phải khi rơi xuống mặt sàn.

+ Nếu $4\mu g < a < 40\mu g$, lúc đầu vật trượt sang phải, chuyển động nhanh dần, quay chậm dần đến khi lăn không trượt.

+ Nếu $a = 4\mu g$, lúc đầu khối tâm của vật đứng yên, sau đó chuyển động nhanh dần sang phải, quay chậm dần đến khi lăn không trượt.

+ Nếu $2\mu g < a < 4\mu g$, lúc đầu vật trượt sang trái. Sau đó chuyển động chậm dần, quay chậm dần đến khi dừng trượt. Tiếp tục chuyển động nhanh dần sang phải, quay chậm dần đến khi lăn không trượt.

CÂU II

1. Từ phương trình trạng thái $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)V = RT$, ta có: $V.dP + \left(P - \frac{a}{V^2}\right)dV = R.dT$. (1)

- Quá trình đẳng nhiệt $dT = 0 \Rightarrow \frac{1}{\kappa_T} = P - \frac{a}{V^2}$.

- Quá trình đoạn nhiệt $\delta Q = dU + P.dV = C_V dT + \left(P + \frac{a}{V^2}\right)dV = 0$.

- Kết hợp với (1), ta có:

$$V.dP + \left(P - \frac{a}{V^2}\right)dV = -\frac{R}{C_V} \left(P + \frac{a}{V^2}\right)dV \Rightarrow \frac{1}{\kappa_S} = \left(P - \frac{a}{V^2}\right) + \frac{R}{C_V} \left(P + \frac{a}{V^2}\right).$$

$$\text{- Vậy: } \frac{\kappa_T}{\kappa_S} = 1 + \frac{R}{C_v} \cdot \frac{P + \frac{a}{V^2}}{P - \frac{a}{V^2}}.$$

$$\text{- Xét quá trình đẳng áp: } R \cdot dT = \left(P - \frac{a}{V^2} \right) dV$$

$$\delta Q = C_v dT + \left(P + \frac{a}{V^2} \right) dV$$

$$\Rightarrow C_p dT = C_v dT + R \frac{P + \frac{a}{V^2}}{P - \frac{a}{V^2}} dT$$

$$\Rightarrow \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} \frac{P + \frac{a}{V^2}}{P - \frac{a}{V^2}} \equiv \gamma \Rightarrow \text{đpcm}$$

2. Ta xét một sóng được truyền từ trái qua phải và giả thiết mặt đầu sóng bị nén, được truyền với tốc độ v . Để thuận tiện ta sử dụng hệ tọa độ sao cho vùng nén đứng yên, khi đó các hạt khí trong vùng sóng không tới được sẽ chuyển động phải sang trái với tốc độ v trong hệ quy chiếu này. Vùng phải (v, P, ρ) , vùng trái $(v + dv, P + dP, \rho + d\rho)$.

Khối lượng khí đi qua một đơn vị diện tích mặt sóng là: $v\rho = (v + dv)(\rho + d\rho)$

$$\text{Bỏ qua số hạng bé bậc hai ta có } v d\rho = -\rho dv \quad (1)$$

Ta tính độ biến thiên động lượng của khí trên một đơn vị thời gian ngang qua một đơn vị diện tích $(v + dv)(\rho + d\rho)(v + dv) - \rho v \cdot v = v^2 d\rho + 2\rho v dv$

$$\text{Theo định luật hai Newton ta có: } v^2 d\rho + 2\rho v dv = P - (P + dP) = -dP \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) cho ta kết quả } v^2 d\rho = dP \quad (3)$$

$$\text{Mà khối lượng khí } m = \rho V \text{ nên } d\rho = -\rho \cdot \frac{dV}{V} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) cho ta kết quả: } dP = v^2 d\rho = -v^2 \rho \frac{dV}{V} \text{ hay}$$

$$v^2 = - \left(\frac{dV}{V \cdot dP} \right)^{-1} \cdot \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\kappa \rho} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\kappa \rho}}$$

$$3. \text{ Từ phương trình trạng thái } \rho = \frac{\left(P + \frac{a}{V^2} \right) \mu}{RT}$$

- Thay biểu thức của ρ và κ_S vào biểu thức của v ta được:

$$v = \sqrt{\frac{RT}{\mu} \left(\frac{R}{C_v} + \left(P - \frac{a}{V^2} \right) \cdot \left(P + \frac{a}{V^2} \right)^{-1} \right)} = \sqrt{\frac{RT}{\mu} \left(\frac{R}{C_v} - 1 + 2P \cdot \left(P + \frac{a}{V^2} \right)^{-1} \right)} = \sqrt{\frac{RT}{\mu} \left(\frac{R}{C_v} - 1 + \frac{2PV}{RT} \right)}$$

$$\text{- Mặt khác } \left(P + \frac{a}{V^2} \right) V = RT \Rightarrow PV^2 - RTV + a = 0 \Rightarrow \frac{2PV}{RT} = 1 + \sqrt{1 - \frac{4aP}{R^2 T^2}}$$

$$\text{- Vậy } v = \sqrt{\frac{RT}{\mu} \left(\frac{R}{C_v} + \sqrt{1 - \frac{4aP}{R^2 T^2}} \right)}$$

- Thay số vào ta có $v \approx 346 \text{ m/s}$.

CÂU III

1. Từ trường thu được bằng cách tích phân dọc theo vòng dây $\vec{B} = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{a} \times (\vec{r} - \vec{a})}{|\vec{r} - \vec{a}|^3}$.

a) Tại những điểm cách xa tâm vòng dây $r \gg a$ ta khai triển $\frac{1}{|\vec{r} - \vec{a}|^3} \approx \frac{1}{r^3} + \frac{3\vec{r} \cdot \vec{a}}{r^5}$.

- Thế vào tích phân trên $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\oint \frac{d\vec{a} \times \vec{r}}{r^3} - \oint \frac{d\vec{a} \times \vec{a}}{r^3} + \oint \frac{3\vec{r} \cdot \vec{a}}{r^5} d\vec{a} \times \vec{r} - \oint \frac{3\vec{r} \cdot \vec{a}}{r^5} d\vec{a} \times \vec{a} \right]$.

- Tích phân thứ nhất bằng không cho một đường cong kín bất kỳ. Tích phân thứ 2 và thứ 3 sau khi lấy sẽ tỷ lệ với $\frac{1}{r^3}$, còn tích phân cuối tỷ lệ với $\frac{1}{r^4}$ nên có thể bỏ qua.

- Còn lại $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[-\oint \frac{d\vec{a} \times \vec{a}}{r^3} + \oint \frac{3\vec{r} \cdot \vec{a}}{r^5} d\vec{a} \times \vec{r} \right] = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^3} \oint \vec{a} \times d\vec{a} + \frac{3}{r^5} \left[\oint (\vec{r} \cdot \vec{a}) d\vec{a} \right] \times \vec{r} \right\}$

$$\oint (\vec{r} \cdot \vec{a}) d\vec{a} = \oint d[\vec{a} \cdot (\vec{a} \cdot \vec{r})] - \oint \vec{a} \cdot d(\vec{a} \cdot \vec{r}) = -\oint \vec{a} \cdot (d\vec{a} \cdot \vec{r})$$

$$\oint (\vec{r} \cdot \vec{a}) d\vec{a} = \frac{1}{2} \left\{ \oint d\vec{a} (\vec{r} \cdot \vec{a}) - \oint \vec{a} \cdot (d\vec{a} \cdot \vec{r}) \right\} = \frac{1}{2} \oint [d\vec{a} (\vec{r} \cdot \vec{a}) - \vec{a} \cdot (d\vec{a} \cdot \vec{r})] = \frac{1}{2} \oint (\vec{a} \times d\vec{a}) \times \vec{r}$$

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^3} \oint \vec{a} \times d\vec{a} + \frac{3}{r^5} \left[\frac{1}{2} \oint (\vec{a} \times d\vec{a}) \times \vec{r} \right] \times \vec{r} \right\} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{2\vec{M}}{r^3} + \frac{3(\vec{M} \times \vec{r}) \times \vec{r}}{r^5} \right\} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{2\vec{M}}{r^3} + \frac{3(\vec{M} \cdot \vec{r}) \cdot \vec{r}}{r^5} - \frac{3\vec{M}(\vec{r} \cdot \vec{r})}{r^5} \right\} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{3(\vec{M} \cdot \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3} \right\} \end{aligned}$$

b) Vectơ cảm ứng từ có phương tiếp tuyến với đường sức nên ta có:

$$\tan \alpha = \frac{B_\theta}{B_r} = r \frac{d\theta}{dr}.$$

Thay $\vec{M} \cdot \vec{r} = Mr \cos \theta$ vào biểu thức rồi chiếu lên hai phương:

$$B_r = \frac{2\mu_0 M}{4\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r^3}; \quad B_\theta = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \cdot \frac{\sin \theta}{r^3}$$

Phương trình đường sức từ là: $r \frac{d\theta}{dr} = \frac{B_\theta}{B_r} = \frac{\sin \theta}{2 \cos \theta} \Rightarrow r = R_0 \sin^2 \theta$, trong đó R_0 là bán kính ở

mặt phẳng xích đạo,

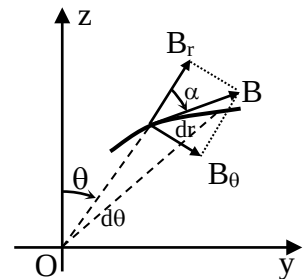
Từ đây tính được độ lớn từ trường dọc theo đường sức:

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}}{r^3} = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}}{R_0^3 \sin^6 \theta} = B_0 \frac{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}}{\sin^6 \theta}$$

2. a) Hạt chuyển động trong từ trường tĩnh thì động năng và vận tốc bảo toàn, chỉ thay đổi hướng chuyển động. Phương trình chuyển động có dạng:

$$\frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = e\vec{r} \times (\vec{v} \times \vec{B}) = e[\vec{v}(\vec{r} \cdot \vec{B}) - \vec{B}(\vec{v} \cdot \vec{r})] \Rightarrow \frac{d(\vec{r} \times \vec{p}_\theta)}{dt} + \frac{d(\vec{r} \times \vec{p}_\phi)}{dt} = e[r B_r \vec{v} - r v_r \vec{B}]$$

Thành phần thứ nhất ở vế trái vuông góc với mặt phẳng kinh độ nên khi chiếu lên sẽ bằng không. Thành phần thứ có độ lớn $r p_\phi$, có phương nằm trong mặt phẳng kinh độ và vuông góc



với $\vec{r}$, do đó nó làm với Oz một góc $\frac{\pi}{2} - \theta$. Vậy hình chiếu của mômen động lượng lên trục Oz là $r \sin \theta \cdot p_\phi$.

- Vậy:
$$\frac{d(r \sin \theta \cdot p_\phi)}{dt} = e r [B_r (v_r \cos \theta - v_\theta \sin \theta) - v_r (B_r \cos \theta - B_\theta \sin \theta)] = e r \sin \theta (v_r B_\theta - v_\theta B_r)$$

Thay biểu thức của cảm ứng từ và vận tốc vào vế phải được

$$\frac{d(r \sin \theta \cdot p_\phi)}{dt} = e r \sin \theta \left(\frac{dr}{dt} \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^3} - r \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{2 \cos \theta}{r^3} \right) = - \frac{d}{dt} \left(\frac{e \sin^2 \theta}{r} \frac{\mu_0 M}{4\pi} \right)$$

$$\Rightarrow r \sin \theta \cdot p_\phi + \frac{e \sin^2 \theta}{r} \frac{\mu_0 M}{4\pi} = \text{const}$$

Thay $p_\phi = m r \sin \theta \frac{d\phi}{dt}$ vào ta được:

$$\text{const} = m r^2 \sin^2 \theta \frac{d\phi}{dt} + \frac{e \sin^2 \theta}{r} \frac{\mu_0 M}{4\pi} = \sin^2 \theta \left(m r^2 \frac{d\phi}{dt} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e M}{r} \right)$$

b) Các đường sức từ vuông góc với mặt phẳng xích đạo nên nếu ban đầu vận tốc hạt thuộc mặt phẳng xích đạo thì lực Lorentz cũng sẽ thuộc mặt phẳng xích đạo. Kết quả là hạt chỉ chuyển động trong mặt phẳng xích đạo có $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Bất biến câu a) có dạng $r p_\phi + \frac{\mu_0 M e}{4\pi r} = L_z + \frac{\mu_0 M e}{4\pi r} = \text{const} = A$

Hằng số được xác định từ điều kiện đầu khi $r = \infty, A = L_{z\infty} = \pm b p$, dấu $\pm$ tùy thuộc vào hạt lao đến chệch Đông hay Tây.

Biến đổi $p_\phi = \frac{A}{r} - \frac{\mu_0 M e}{4\pi r^2}$.

Điểm tiếp cận cực tiểu của hạt được xác định bởi $p_r^2 = p^2 - p_\phi^2 = 0$ hay $p = |p_\phi|$

Nếu lấy dấu “-“ ta biến đổi được phương trình $r^2 - b r - \frac{\mu_0 M e}{4\pi p} = 0$, nghiệm

$$r = \frac{1}{2} \left(b + \sqrt{b^2 + \frac{\mu_0 M e}{\pi p}} \right)$$

Tương tự với dấu “+” được $r = \frac{1}{2} \left(b + \sqrt{b^2 - \frac{\mu_0 M e}{\pi p}} \right)$

3. a) Bán kính quay được xác định từ điều kiện cân bằng lực ly tâm và lực Lorentz:

$$\frac{m v_\perp^2}{\rho} = e v_\perp B \Rightarrow \rho = \frac{m v_\perp}{e B} = \frac{p_\perp}{e B} \Rightarrow \omega_e = \frac{e B}{m}$$

b) Từ thông gửi qua vòng dây $\Phi = \pi \rho^2 B$.

Suất điện động cảm ứng $\varepsilon = \pi \rho^2 \frac{dB}{dt} = 2\pi \rho \cdot E_c$, E_c là cường độ điện trường xoáy.

Phương trình Newton: $\frac{dp_\perp}{dt} = e E_c = \frac{e \rho}{2} \cdot \frac{dB}{dt} = \frac{p_\perp}{2B} \frac{dB}{dt}$

Bỏ dt rồi tích phân ta thu được: $\frac{p_\perp^2}{B} = \text{const}$.

Dòng điện cho hạt tạo ra $I = e \frac{\omega_c}{2\pi}$

Mômen từ $\mu = \pi \rho^2 I = \frac{\rho^2 e q B}{2m} = \text{const.}$

c) Từ điều kiện $\frac{p_{\perp}^2}{B} = \frac{p^2 \sin^2 \alpha}{B} = \text{const} = \frac{p^2 \sin^2 \alpha_0}{B_0}$

Tại điểm gương $\sin \alpha_m = 1$, suy ra $\sin^2 \alpha_0 = \frac{B_0}{B_m}$

Thay biểu thức của B từ phần 1c vào ta được $\sin^2 \alpha_0 = \frac{\sin^6 \theta_m}{\sqrt{1+3\cos^2 \theta_m}}$

d) Gọi s là tọa độ tự nhiên dọc theo đường sức từ

- Ta có $v_{//} = \frac{ds}{dt}$, suy ra $\tau_2 = 4 \int_{\pi/2}^{\theta_m} \frac{ds}{v_{//}} = \frac{4}{v} \int_{\pi/2}^{\theta_m} \frac{ds}{\cos \alpha}$

Mặt khác: $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{B}{B_0} \sin^2 \alpha_0} = \sqrt{1 - \frac{\sqrt{1+3\cos^2 \theta}}{\sin^6 \theta} \sin^2 \alpha_0}$

Lại có

$ds = \sqrt{(dr)^2 + (r d\theta)^2} = \sqrt{(2R_0 \sin \theta \cos \theta d\theta)^2 + (R_0 \sin^2 \theta d\theta)^2} = R_0 \sin \theta \sqrt{1+3\cos^2 \theta} d\theta$

Vậy: $\tau_2 = \frac{4R_0}{v} \int_{\pi/2}^{\theta_m} \frac{\sin^4 \theta \sqrt{1+3\cos^2 \theta}}{\sqrt{\sin^6 \theta - \sin^2 \alpha_0 \sqrt{1+3\cos^2 \theta}}} d\theta = \frac{4R_0}{v} f(\sin \alpha_0)$

e) Từ câu 2c, xác định: $\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{mr^2} \left(\frac{A}{\sin^2 \theta} - \frac{\mu_0 e M}{4\pi r} \right) = \left(\frac{A}{R_0^2} - \frac{\mu_0 e M}{4\pi R_0^3} \right) \frac{1}{m \sin^6 \theta}$

Tính góc mà mặt kính tuyến quay được sau 1 chu kỳ chuyển động trượt của tâm quay từ điểm gương cực Bắc đến điểm gương cực Nam rồi quay trở lại.

$$\Delta\phi = 4 \int_{\pi/2}^{\theta_m} \frac{d\phi}{dt} dt = 4 \int_{\pi/2}^{\theta_m} \frac{d\phi}{dt} \frac{ds}{v_{//}} = \frac{4}{mv} \left(\frac{A}{R_0} - \frac{\mu_0 e M}{4\pi R_0^2} \right) \int_{\pi/2}^{\theta_m} \frac{\sqrt{1+3\cos^2 \theta}}{\sin^2 \theta \sqrt{\sin^6 \theta - \sin^2 \alpha_0 \sqrt{1+3\cos^2 \theta}}} d\theta$$

$$= \frac{4}{mv} \left(\frac{A}{R_0} - \frac{\mu_0 e M}{4\pi R_0^2} \right) . g(\sin \alpha_0)$$

Và: $\tau_3 = \frac{2\pi}{\Delta\phi}$.

CÂU IV

1. Dễ dàng biến đổi được $n = \sqrt{\frac{b}{1-kz}}$.

- Chia không khí thành các lớp rất mỏng có độ dày dz, gọi $\alpha(z)$ là góc hợp giữa tia sáng với phương ngang ở độ cao h, định luật Snell cho: $n(z) \cos \alpha(z) = \text{const} = n(0) \cos \alpha_0 = \cos \alpha_0 \sqrt{b}$

$\Rightarrow \cos \alpha = \cos \alpha_0 \sqrt{1-kz}$

- Từ đó $z = \frac{1}{k} \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha_0} \right) \Rightarrow dz = \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{k \cos^2 \alpha_0} d\alpha$,

- Mặt khác $\tan \alpha = \frac{dz}{dx} \Rightarrow dx = \frac{2 \cos^2 \alpha}{k \cos^2 \alpha_0} d\alpha$

- Tích phân hai vế cho ta

$$x = \frac{1}{k \cos^2 \alpha_0} \left(\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) \Big|_{\alpha_0}^{\alpha} = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} \left[(2\alpha + \sin 2\alpha) - (2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0) \right]$$

- Cuối cùng:
$$\begin{cases} z = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} (\cos 2\alpha_0 - \cos 2\alpha) \\ x = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0} (2\alpha + \sin 2\alpha) - \frac{2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0}{2k \cos^2 \alpha_0} \end{cases}$$

- Đây chính là phương trình tham số của đường cycloid với $R = \frac{1}{2k \cos^2 \alpha_0}$

2. – Đường truyền các tia sáng bị giới hạn bởi tia ứng với $\alpha_0 = 0$, hay
$$\begin{cases} z = \frac{1}{2k} (1 - \cos 2\alpha) \\ x = \frac{1}{2k} (2\alpha + \sin 2\alpha) \end{cases}$$

- Khoảng cách xa nhất L thỏa:

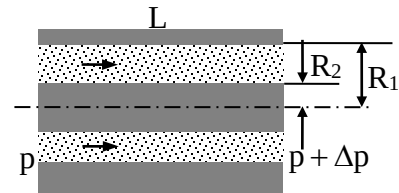
$$\begin{cases} \frac{1}{2k} (1 - \cos 2\alpha) = h \\ \frac{1}{2k} (2\alpha + \sin 2\alpha) = L \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos 2\alpha = 1 - 2kh \\ \frac{1}{2k} \left(\arccos(1 - 2kh) + \sqrt{1 - (1 - 2kh)^2} \right) = L \end{cases}$$

- Với trường hợp $kh \ll 1$ thì $L = \sqrt{\frac{4h}{k}}$

CÂU V

1. Với điều kiện biên (do chế độ chảy tầng), vận tốc tại các thành ống bằng 0:

$$\begin{cases} A \ln R_1 + B = \frac{R_1^2}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \\ A \ln R_2 + B = \frac{R_2^2}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \end{cases}$$



Tìm được:

$$A = \frac{1}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{R_1^2 - R_2^2}{\ln R_1 - \ln R_2}, B = \frac{1}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \frac{R_2^2 \ln R_1 - R_1^2 \ln R_2}{\ln R_1 - \ln R_2}$$

- Xét lớp chất lỏng trong một trụ nguyên tố có độ dày dr cách trục r , diện tích mặt $2\pi r L$.

- Viết lại biểu thức

$$u = \frac{1}{4\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \left[\frac{R_1^2 - R_2^2}{\ln R_1 - \ln R_2} \ln \frac{r}{R_2} + R_2^2 - r^2 \right]$$

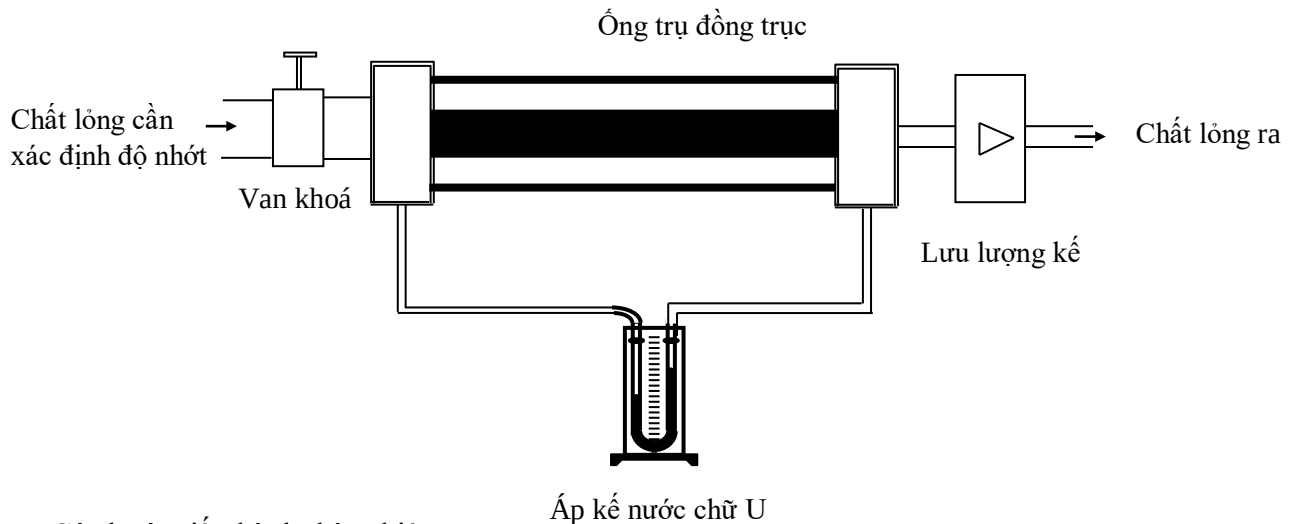
Tính lưu lượng chảy qua ống theo độ chênh áp suất bằng tích phân:

$$\begin{aligned} Q &= \int_{R_2}^{R_1} u \cdot 2\pi r \cdot dr = \frac{\pi}{2\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \int_{R_2}^{R_1} \left(\frac{R_1^2 - R_2^2}{\ln R_1 - \ln R_2} \ln \frac{r}{R_2} + R_2^2 - r^2 \right) r \, dr \\ &= \frac{\pi}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \left(R_1^4 - R_2^4 - \frac{(R_1^2 - R_2^2)^2}{\ln R_1 - \ln R_2} \right) = D \frac{1}{\eta} \frac{\Delta p}{\Delta x} \end{aligned}$$

$D = \frac{\pi}{8} \left(R_1^4 - R_2^4 - \frac{(R_1^2 - R_2^2)^2}{\ln R_1 - \ln R_2} \right)$ là hệ số phụ thuộc vào các thông số của ống.

2. Phương án thí nghiệm

+ Bố trí thí nghiệm như hình vẽ



+ Các bước tiến hành thí nghiệm:

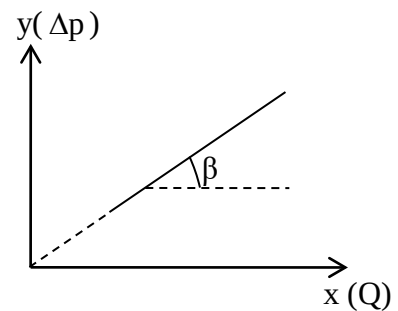
(1) Điều chỉnh van để chỉnh lưu lượng chất lỏng chảy qua hệ (*Để dòng chất lỏng chảy ổn định cần điều chỉnh lưu lượng chất lỏng chảy qua ống là nhỏ*)

(2) Đọc giá trị lưu lượng và độ chênh lệch áp suất Δp ở hai đầu ống độ dài L qua áp kế

(3) Thay đổi lượng chất lỏng chảy qua hệ ở các giá trị lưu lượng Q khác nhau, đọc giá trị Δp tương ứng. Ta có: $\Delta p = \frac{\eta L}{D} Q$

(4) Ghi số liệu vào bảng và vẽ đồ thị.

Lần đo	Q	Δp
1		
2		
3		
4		
5		



(5) Xác định η theo độ nghiêng của đồ thị $\tan \beta = \frac{L}{D} \eta$.