

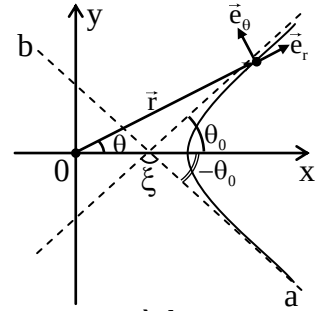
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: **VẬT LÝ**Thời gian: **240** phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm 04 trang

Ngày thi thứ nhất: **25/3/2017****CÂU I (3,5 điểm)**

Cho một hạt nhân nguyên tử nằm cố định ở điểm 0. Một hạt α khối lượng M (lúc đầu ở rất xa hạt nhân), chuyển động với vận tốc ban đầu $\vec{v}_0$ hướng theo đường thẳng ab về phía hạt nhân. Biết giữa hạt α và hạt nhân có thể tương tác Culông $U(r) = \frac{\gamma}{r}$, ở đây r là khoảng cách giữa hạt nhân và hạt α , γ là hằng số dương phụ thuộc vào độ lớn các điện tích và cách chọn hệ đơn vị. Do lực đẩy, hạt α sẽ chuyển động theo một nhánh của hypebol mà ab là một trong hai tiệm cận và gốc 0 là một trong hai tiêu điểm. Góc ξ giữa hai đường tiệm cận chính là góc lệch quỹ đạo của hạt (góc tán xạ). Chọn hệ trục tọa độ Oxy nằm trong mặt phẳng quỹ đạo của hạt như hình 1. Gọi θ là góc giữa bán kính vectơ $\vec{r}$ của hạt và chiều dương trục Ox , vị trí của hạt có thể được biểu diễn trong hệ tọa độ cực (r, θ) .



Hình 1

1. Vận tốc của hạt tại vị trí bất kì trên quỹ đạo có thể biểu diễn dưới dạng $\vec{v} = \vec{h} - q\vec{e}_\theta$, trong đó $\vec{e}_\theta$ là vectơ đơn vị vuông góc với bán kính vectơ $\vec{r}$.

a) Biểu diễn q theo mômen động lượng L và γ .

b) Xác định hướng của vectơ $\vec{h}$ và biểu diễn h theo L , v_0 , γ .

2. Trong hệ tọa độ mà ta lấy các thành phần vận tốc v_x, v_y làm trục tọa độ, đầu mút của vectơ $\vec{v}$ sẽ vẽ nên một quỹ đạo gọi là *tốc độ*. Hãy vẽ tốc độ của hạt α và biểu diễn góc tán xạ ξ qua L , v_0 , γ .

3. Ngoài lực Culông, hạt α còn chịu thêm tác dụng của một lực nhiễu loạn xuyên tâm $\vec{g}(r) = \frac{\beta}{r^3} \vec{e}_r$, $\vec{e}_r$ là vectơ đơn vị hướng dọc theo bán kính vectơ $\vec{r}$, β là hằng số dương sao cho với mọi điểm trên quỹ đạo $\frac{\beta}{r^3} \ll \frac{\gamma}{r^2}$. Khi chưa nhiễu loạn, quỹ đạo của hạt là một hypebol có

phương trình trong hệ tọa độ cực $r = \frac{p}{\varepsilon \cos \theta - 1}$, trong đó $p = L^2 / M\gamma$, và $\varepsilon = Lh / \gamma$. Tìm độ thay đổi góc tán xạ $\delta \xi$ theo M , L , h , γ , β , θ_0 .

CÂU II (4,0 điểm)

Xét mô hình điện môi loại II mà mỗi phân tử là một lưỡng cực điện có khối tâm đứng yên và mômen lưỡng cực điện $\vec{p}_0$ có độ lớn luôn không đổi. Chuyển động nhiệt làm cho các mômen lưỡng cực điện này định hướng hỗn loạn nên mômen lưỡng cực điện toàn phần của khối điện môi vĩ mô bằng không khi nó không nằm trong điện trường ngoài.

Đặt khối điện môi loại II nói trên trong điện trường đều $\vec{E}$ hướng theo chiều dương của trục Oz , khi đó mỗi phân tử sẽ có năng lượng $u = -\vec{p}_0 \cdot \vec{E}$. Cho biết thể tích, số mômen lưỡng cực điện và nhiệt độ của khối điện môi tương ứng là V , N và T . Kí hiệu hằng số điện là ε_0 , hằng số Boltzmann là k . Bỏ qua tương tác giữa các mômen lưỡng cực điện, xét hai trường hợp sau:

1. Giả thiết rằng mômen lưỡng cực điện $\vec{p}_0$ chỉ có thể định hướng song song với trục Oz (cùng hoặc ngược chiều Oz). Biết rằng entropy của một hệ được xác định bằng biểu thức $S = k \ln \Omega$,

trong đó Ω là số trạng thái vi mô khả dĩ ứng với một giá trị năng lượng cho trước của hệ, Ω cũng chính là số cách sắp xếp khác nhau của các mômen lưỡng cực điện ứng với giá trị xác định của năng lượng.

- Tìm biểu thức nội năng U của khối điện môi theo N, E, p_0, k, T .
- Tìm biểu thức độ lớn vectơ phân cực điện $\vec{P}$ của khối điện môi theo N, V, E, p_0, k, T .
- Với cường độ điện trường ngoài E đủ nhỏ, hãy tìm biểu thức của hằng số điện môi ϵ của khối điện môi theo $N, V, p_0, k, \epsilon_0, T$.

2. Giả thiết rằng mômen lưỡng cực điện $\vec{p}_0$ có thể định hướng bất kì. Biết hàm phân bố mật độ xác suất theo năng lượng u có dạng: $\rho(u) = \text{const} \cdot e^{-\frac{u}{kT}}$.

- Gọi θ là góc giữa mômen lưỡng cực điện $\vec{p}_0$ và Oz . Hãy tìm hàm phân bố mật độ xác suất theo góc $\rho(\theta)$ và xác định hằng số chuẩn hóa của nó.
- Tìm biểu thức nội năng U của khối điện môi theo N, E, p_0, k, T .
- Tìm biểu thức độ lớn vectơ phân cực điện $\vec{P}$ của khối điện môi theo N, V, E, p_0, k, T .
- Với cường độ điện trường ngoài E đủ nhỏ, hãy tìm biểu thức của hằng số điện môi ϵ của khối điện môi theo $N, V, p_0, k, \epsilon_0, T$.

Cho: $m! \approx m^m$ khi $m \gg 1$. Trong trường hợp điện trường yếu, mối liên hệ giữa vectơ phân cực điện của hệ (mật độ mômen lưỡng cực) và vectơ điện trường ngoài: $\vec{P} = (\epsilon - 1)\epsilon_0 \vec{E}$.

CÂU III (2,5 điểm)

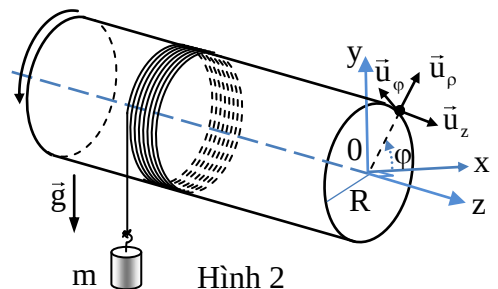
Cho hai hệ quy chiếu quán tính K và K' có các trục tọa độ tương ứng song song, K đứng yên còn K' chuyển động dọc theo phương Ox của K với vận tốc $\vec{v}$ không đổi. Chọn thời điểm ban đầu $t_0 = t'_0 = 0$ là thời điểm gốc tọa độ của các hệ quy chiếu trùng nhau. Kí hiệu $\vec{F}, \vec{u}, t$ ($\vec{F}', \vec{u}', t'$) tương ứng là lực, vận tốc và thời gian trong hệ quy chiếu K (K'); c là tốc độ ánh sáng trong chân không và $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v/c$.

Biết năng lượng và động lượng của một hạt trong hai hệ quy chiếu liên hệ với nhau theo biểu thức: $p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{vE}{c^2} \right)$; $p'_y = p_y$; $p'_z = p_z$; $E' = \gamma(E - vp_x)$, trong đó $E, \vec{p}$ ($E', \vec{p}'$) tương ứng là năng lượng và động lượng của hạt trong hệ K (K'). Chứng minh các công thức biến đổi lực khi chuyển từ hệ quy chiếu K sang K' :

$$F'_x = F_x - \frac{u_y v}{c^2 - u_x v} F_y - \frac{u_z v}{c^2 - u_x v} F_z; \quad F'_y = \frac{F_y}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2} \right)}; \quad F'_z = \frac{F_z}{\gamma \left(1 - \frac{u_x v}{c^2} \right)}.$$

CÂU IV (3,0 điểm)

Một hình trụ rỗng, cứng, thành rất mỏng, không dẫn điện, bán kính R , chiều dài L ($L \gg R$) có thể quay không ma sát xung quanh trục Oz nằm ngang cố định. Mặt trụ tích điện đều với điện tích toàn phần Q không đổi. Trên mặt trụ người ta quấn những vòng dây của một sợi dây mảnh, nhẹ, cách điện, không dẫn và một đầu dây được treo một vật nhỏ khối lượng m . Giữ hệ cố định và vào lúc $t = 0$ cả hệ được buông nhẹ. Kí hiệu $(\vec{u}_p, \vec{u}_\phi, \vec{u}_z)$ là các vectơ đơn vị của hệ tọa độ trụ được dựng như hình 2. Trong quá trình chuyển động dây không trượt trên mặt trụ.



1. Phương trình chuyển động của hình trụ có thể được viết

dưới dạng $I_T \frac{d\omega}{dt} = mgR$ (*), trong đó ω là vận tốc góc tức thời của mặt trụ, g là gia tốc trọng

trường, $I_T = I + I_{em}$ mang ý nghĩa tổng mômen quán tính của hệ, I là mômen quán tính cơ học của hệ, I_{em} là mômen quán tính của trường điện từ đối với trục Oz . Tìm biểu thức của I_{em} theo R, Q, L và hằng số từ μ_0 .

2. Tính động năng gắn với I_{em} và so sánh nó với năng lượng từ trường W_m được tích trữ trong mặt trụ.

3. Trường điện từ có mật độ động lượng $\vec{\gamma} = \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}$, ϵ_0 là hằng số điện. Từ trường ở ngoài mặt trụ nói ở ý trên không thực sự bằng không nếu ống dây không dài vô hạn. Ta kí hiệu nó là $\vec{B} = B_z(\rho)\vec{u}_z$. Chứng tỏ rằng hình chiếu mômen động lượng $\vec{L}_{em}$ của trường điện từ lên trục Oz

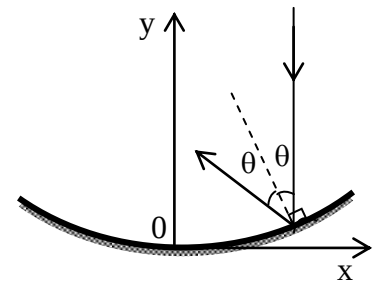
có biểu thức: $L_{em} = -\frac{Q}{2\pi}\Phi$, với $\Phi = \int_R^\infty \int_0^{2\pi} \rho B_z(\rho) d\rho d\varphi$. Trong biểu thức trên, Φ là đại lượng

vật lí nào? Từ đó biểu diễn L_{em} qua Q, L, R, ω, μ_0 và so sánh biểu thức nhận được với thành phần động lực học ứng với trường điện từ trong biểu thức (*) ở ý 1.

Cho biết: 1) Yếu tố thể tích trong tọa độ trụ là $dV = \rho d\rho d\varphi dz$. 2) Mối liên hệ giữa các vectơ đơn vị trong hệ tọa độ trụ (ρ, φ, z) và hệ tọa độ Đề-các (x, y, z) : $\vec{u}_\rho = \vec{u}_x \cos \varphi + \vec{u}_y \sin \varphi$, $\vec{u}_\varphi = -\vec{u}_x \sin \varphi + \vec{u}_y \cos \varphi$, $\vec{u}_z = \vec{u}_z$. 3) Từ thông qua một mặt phẳng vô hạn bằng 0. 4) Vì $L \gg R$ nên khi tính toán mômen động lượng của trường điện từ ta chỉ tính toán trong vùng không gian $-L/2 \leq z \leq L/2$.

CÂU V (3,5 điểm)

Xét kính viễn vọng phản xạ có mặt gương thủy ngân được tạo ra bằng cách quay một bề tròn đáy phẳng chứa thủy ngân lỏng tinh khiết quanh một trục cố định thẳng đứng (trùng với trục đối xứng của bề). Đặt một mặt phẳng chứa trục đối xứng và cho nó quay cùng với bề chứa thủy ngân với một tốc độ góc ω không đổi. Ở trạng thái ổn định, các hạt thủy ngân chuyển động theo những quỹ đạo tròn xung quanh trục đối xứng với cùng tốc độ góc ω . Trong hệ quy chiếu gắn với mặt phẳng, dựng hệ tọa độ Oxy , gốc O gắn ở đáy mặt thoáng thủy ngân (mặt gương), trục Oy trùng với trục đối xứng hướng lên trên, trục Ox nằm ngang (Hình 3).



Hình 3

1. Bằng cách tìm mối liên hệ giữa các tọa độ x và y của một điểm trên mặt gương với tốc độ góc ω và gia tốc trọng trường g , chứng minh mặt gương là một mặt parabol tròn xoay và mối liên hệ trên có dạng $y = ax^2$. Tìm hệ số a theo ω và g .

2. Một tia sáng song song với trục gương tới kính viễn vọng dưới góc tới θ . Biểu diễn $\tan(2\theta)$ theo a và tọa độ x của điểm tới.

3. Chứng minh rằng gương sẽ phản xạ tất cả các tia sáng song song với trục gương qua một điểm hội tụ duy nhất trên trục gương. Tìm tiêu cự f của gương theo ω và g .

4. Để tránh bị rung, gương thủy ngân được quay chậm với tốc độ góc $\omega = 8$ vòng/phút. Cho $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, tính tiêu cự f của gương. Kính chỉ hoạt động trong dải ánh sáng có bước sóng λ từ 350 nm đến 700 nm. Coi đường kính đáy bề bằng đường kính miệng gương và điểm O sát đáy bề, tính thể tích tối thiểu của thủy ngân dùng để tạo gương.

a) Để kính viễn vọng có độ phân giải không nhỏ hơn $0,035''$ (giây góc), hãy tính giá trị hợp lí của đường kính D của miệng gương bằng cách sử dụng điều kiện Rayleigh về năng suất phân li cho kính thiên văn $\delta_{\min} = \frac{1,22\lambda}{D}$.

b) Kính viễn vọng sẽ tập trung ánh sáng đối với nguồn ở xa, nhưng ngay cả với gương có hình dạng lý tưởng, ánh sáng cũng không tập trung vào một điểm do hiện tượng nhiễu xạ. Nếu

cường độ ánh sáng đến kính viễn vọng từ một nguồn xa là $I = 8,0.10^{-14} \text{ Wm}^{-2}$, ước tính cường độ ánh sáng tối đa thu được tại vị trí ảnh.

c) Tốc độ bay hơi của thủy ngân khỏi bề mặt phụ thuộc vào nhiệt độ và diện tích mặt thoáng. Giữ gương ở một nhiệt độ không đổi sao cho ở nhiệt độ đó có khoảng $27 \mu\text{g}$ thủy ngân bay hơi trên 1 cm^2 trong 1 giờ. Tìm tỉ lệ phần trăm thủy ngân bay hơi trong một tuần. Cho khối lượng riêng của thủy ngân ở nhiệt độ này là $\rho_{\text{Hg}} = 13,6.10^3 \text{ kg / m}^3$.

CÂU VI (3,5 điểm)

Trong cơ học lượng tử, trạng thái của một hạt tại thời điểm đã cho được xác định bằng “hàm sóng” $\psi(\vec{r})$ chỉ phụ thuộc tọa độ $\vec{r}$ của hạt. Từ hàm sóng, có thể tính xác suất tìm thấy hạt trong thể tích nguyên tố dV bao quanh điểm $\vec{r}$ theo công thức $dW = |\psi(\vec{r})|^2 dV$, trong đó $|\psi(\vec{r})|^2 \equiv \psi(\vec{r})\psi^*(\vec{r})$ và $\psi^*(\vec{r})$ là liên hợp phức của $\psi(\vec{r})$. Do đó hàm sóng phải thỏa mãn điều kiện “chuẩn hóa”: xác suất toàn phần phải bằng đơn vị, tức là $\int |\psi(\vec{r})|^2 dV = 1$, trong đó tích phân được lấy trong toàn miền không gian mà hạt có thể có mặt.

Đối với nguyên tử hiđrô, trạng thái cơ bản được mô tả bằng hàm sóng có dạng đối xứng cầu $\psi(r) = Ae^{-r/a}$, trong đó r là khoảng cách từ electron đến hạt nhân (coi là đứng yên ở gốc tọa độ), $a = 53 \text{ pm}$ là bán kính quỹ đạo K trong lý thuyết Bohr và A là một hằng số chưa biết.

1. Tìm A . Tính giá trị trung bình của bình phương khoảng cách từ electron đến hạt nhân $\overline{r^2}$.
2. Tìm phân bố mật độ xác suất tìm thấy electron theo khoảng cách r , từ đó tính r mà ở đó xác suất tìm thấy electron là lớn nhất và vẽ dạng của phân bố này.

3. Biết biểu thức thế năng tương tác giữa electron với hạt nhân là $V(r) = -k \frac{e^2}{r}$, trong đó e là điện tích nguyên tố, k là hằng số. Gọi Δr , Δp tương ứng là độ bất định về tọa độ và động lượng của electron. Từ hệ thức bất định Heisenberg $\Delta r \Delta p \sim \hbar$, hãy ước tính năng lượng của trạng thái cơ bản của nguyên tử hiđrô.

Cho biết: Điện tích nguyên tố $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$, khối lượng electron $m = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$, hằng số $k = 9.10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$ và hằng số Planck rút gọn $\hbar = 1,054.10^{-34} \text{ Js}$. Thể tích nguyên tố trong hệ tọa độ cầu $dV = r^2 dr \sin\theta d\theta d\varphi$.

HẾT

Ghi chú:

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.