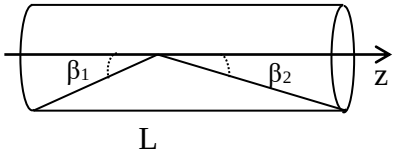


I. Hướng dẫn chung

1. Cán bộ chấm thi chấm đúng như đáp án - thang điểm của Bộ Giáo dục và Đào tạo.
2. Nếu có câu nào, ý nào mà thí sinh có cách trả lời khác so với đáp án nhưng vẫn đúng thì vẫn cho điểm tối đa của câu, ý đó theo thang điểm.
3. Cán bộ chấm thi không quy tròn điểm bài thi.

II. Đáp án - thang điểm

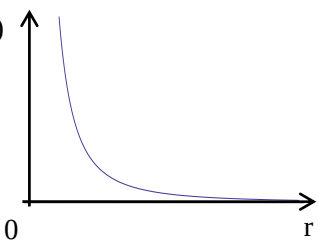
Câu	Nội dung	Điểm
	Câu I (4,0 điểm)	
1.	Các phương trình động lực học: $Mg - T = M\ddot{H}$ (1)	0,25
	$T - T' = \frac{I}{r^2} \ddot{H}$ (2)	
	$T' \cos \alpha_0 - mg = -m\ddot{x}$ (3)	
	Do thả từ trạng thái nghỉ nên phương trình liên kết tại vị trí ban đầu: $-\ddot{x} \cos \alpha_0 = \ddot{H}$	0,25
	Biến đổi hệ phương trình tìm được: $\ddot{H} = \frac{Mg - \frac{mg}{\cos \alpha_0}}{M + \frac{I}{r^2} + \frac{m}{\cos^2 \alpha_0}}$	0,25
2.	Các phương trình động lực học: $Mg - T = M\ddot{H}$ (1)	0,25
	$T - T' = \frac{I}{r^2} \ddot{H}$ (2)	
	$T' \cos \alpha_0 - mg = -m\ddot{x}$ (3)	
	$T' \sin \alpha_0 - N = m\ddot{x}_0 \ddot{\theta}$ (4)	0,25
	$N = \frac{I_\ell \ddot{\theta}}{x_0}$ (5)	
	Phương trình liên kết khi hệ thả từ nghỉ tại vị trí ban đầu: $\ddot{H} = -\ddot{x} \cos \alpha_0 + x_0 \ddot{\theta} \sin \alpha_0$ (6)	
	Thay (5) vào (4) ta có: $T' \sin \alpha_0 = m\ddot{x}_0 \ddot{\theta} + \frac{I_\ell \ddot{\theta}}{x_0}$ (7)	0,25
	(3) $\Rightarrow T' \cos \alpha_0 = m(-\ddot{x} + g)$ (8)	
	(7) và (8) $\Rightarrow T' = \frac{\left(m\ddot{x}_0 + \frac{I_\ell}{x_0}\right) \ddot{\theta}}{\sin \alpha_0}$ (9)	0,25
	(1), (2) và (9) $\Rightarrow Mg = \left(M + \frac{I}{r^2}\right) \ddot{H} + \frac{\left(m + \frac{I_\ell}{x_0^2}\right) x_0 \ddot{\theta}}{\sin \alpha_0}$ (11)	0,50
	Thay (7), (8) vào (6)	

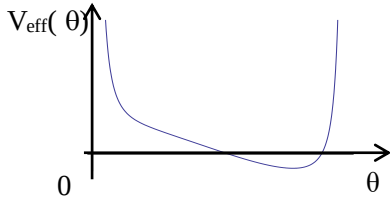
Câu	Nội dung	Điểm
	$\Rightarrow \ddot{H} = \left(\sin \alpha_0 + \frac{\left(m + \frac{I_\ell}{x_0^2} \right) \cos \alpha_0}{m \tan \alpha_0} \right) x_0 \ddot{\theta} - g \cos \alpha_0 \quad (12)$	0,50
	Thay (12) vào (11) có: $\ddot{\theta} = \frac{\left(\frac{M}{M + \frac{I}{r^2}} + \cos \alpha_0 \right) \frac{g}{x_0}}{\frac{\left(m + \frac{I_\ell}{x_0^2} \right) \cos \alpha_0}{m \tan \alpha_0} + \sin \alpha_0 + \frac{\left(m + \frac{I_\ell}{x_0^2} \right)}{\left(M + \frac{I}{r^2} \right) \sin \alpha_0}} \quad (13)$	0,50
	Thay (13) vào (12): $\ddot{H} = \frac{g \left(M \cos \alpha_0 - m + \frac{M m \sin \alpha_0 \tan \alpha_0}{m + \frac{I_\ell}{x_0^2}} \right)}{\left(\left(M + \frac{I}{r^2} \right) \cos \alpha_0 + \frac{m}{\cos \alpha_0} + \frac{\left(M + \frac{I}{r^2} \right) m \sin \alpha_0 \tan \alpha_0}{m + \frac{I_\ell}{x_0^2}} \right)}$	0,50
Câu II (4,0 điểm)		
1a.	Xét phần ống dây tại vị trí z có độ dày dz, cường độ dòng điện là $dI = nI dz$ $dB_z = \frac{\mu_0 n I dz}{4\pi} \frac{2\pi a}{r^2} \frac{a}{r} = \frac{\mu_0 n I dz}{4\pi} \frac{2\pi a}{r^2} \sin \beta$ trong đó: $r = \frac{a}{\sin \beta}$; $z = \frac{a}{\tan \beta} \Rightarrow dz = -\frac{a d\beta}{\sin^2 \beta}$ $dB_z = -\frac{\mu_0 n I}{2} \sin \beta d\beta \Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \beta_1 + \cos \beta_2).$ 	0,25
	Suy ra: $R \ll L; \Rightarrow \beta_1 = \beta_2 \approx 0; \Rightarrow B_z = \mu_0 n I; H_z = n I$	0,25
	Mô men từ của các dòng điện. $\mu_m = n L I S = n L I \pi R^2.$	0,25
1b.	Vật liệu hình trụ, bán kính $R, R \ll L$ xem như ống dây solenoid: $B = \mu_0 n I; H = n I$. Khi thay đổi dòng điện dI, nguồn điện cần (thực hiện công) chống lại sức điện động cảm ứng xuất hiện trong các vòng dây: $\delta W_0 = -E_c I dt; E_c = -\frac{d\phi}{dt}.$ $\delta W_0 = I d\phi = I d(n L B \pi R^2) = (L \pi R^2) H dB, \text{ trong đó } B = B_0 + B' = \mu_0 (H + M).$ Suy ra: $\delta W_0 = L \pi R^2 \left[d \left(\frac{\mu_0 H^2}{2} \right) + \mu_0 H dM \right] = \delta W_{ng} + \delta W_m.$ Số hạng thứ nhất là biến thiên năng lượng của từ trường ngoài trong không khí, số hạng thứ hai ứng với công mà từ trường ngoài thực hiện đối với khối vật liệu từ.	0,25
		0,25
2a.	Gọi U là nội năng của vật liệu từ. Nguyên lý I cho khối vật liệu từ. $dU = \delta Q + \delta W = T dS + \mu_0 L \pi R^2 H dM \quad (1)$ Đặt $G = U - TS - \mu_0 L \pi R^2 M H$, có thể thấy G là hàm trạng thái. Lấy vi phân hàm G:	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	$dG = dU - TdS - SdT - \mu_0 L \pi R^2 \cdot H dM - \mu_0 L \pi R^2 \cdot M dH$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $dG = -SdT - \mu_0 L \pi R^2 \cdot M dH$ (3)	
	Từ (3) suy ra: $S = - \left. \frac{\partial G}{\partial T} \right _H; \mu_0 L \pi R^2 \cdot M = - \left. \frac{\partial G}{\partial H} \right _T$ (4)	0,25
	Đạo hàm (4), ta được: $\begin{cases} \left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T = - \frac{\partial}{\partial H} \left(\left. \frac{\partial G}{\partial T} \right _H \right) = - \frac{\partial^2 G}{\partial H \partial T} \\ \mu_0 L \pi R^2 \cdot \left. \frac{\partial M}{\partial T} \right _H = - \frac{\partial}{\partial T} \left(\left. \frac{\partial G}{\partial H} \right _T \right) = - \frac{\partial^2 G}{\partial T \partial H} \end{cases}$ (5)	0,25
	Theo (5) và đề bài: $\left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T = \mu_0 L \pi R^2 \cdot \left. \frac{\partial M}{\partial T} \right _H; \left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T = \alpha \left. \frac{\partial M}{\partial T} \right _H \Rightarrow \alpha = \mu_0 L \pi R^2$.	0,25
2b.	Ta có: $\delta Q = TdS; C_H = \left. \frac{\delta Q}{dT} \right _H = T \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right _H$ $S = S(T, H)$ nên một cách tổng quát: $dS = \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right _H dT + \left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T dH$ Xét: $\left. \frac{\partial C_H}{\partial H} \right _T = T \frac{\partial}{\partial H} \left(\left. \frac{\partial S}{\partial T} \right _H \right) = T \frac{\partial}{\partial T} \left(\left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T \right)$.	0,25
	Mặt khác: $\left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T = \mu_0 L \pi R^2 \cdot \left. \frac{\partial M}{\partial T} \right _H$. Và từ phương trình $M = \frac{C}{T} H$, lấy đạo hàm: $\left. \frac{\partial M}{\partial T} \right _H = - \frac{CH}{T^2}$, $\left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T = \mu_0 L \pi R^2 \left. \frac{\partial M}{\partial T} \right _H = - \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH}{T^2}; \frac{\partial}{\partial T} \left(\left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T \right) = 2 \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH}{T^3}$. Vậy tìm được: $\left. \frac{\partial C_H}{\partial H} \right _T = 2 \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH}{T^2}$. $\Rightarrow C_H = \int 2 \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH}{T^2} dH = 2 \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH^2}{T^2} + C(T, H = 0)$. $\Rightarrow C_H = 2 \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH^2}{T^2}$.	0,25
	Tương tự với khí lý tưởng, quá trình đẳng áp: $C_p dT = C_v dT + p dV$ Xét quá trình đẳng từ trường: $C_H dT = C_M dT + \mu_0 L \pi R^2 \cdot H dM; (H \sim p, M \sim V)$ $C_H = C_M + \mu_0 L \pi R^2 H \frac{dM}{dT}$	0,25
	Mặt khác theo đầu bài: $M = \frac{C}{T} H$ Trong quá trình đẳng từ trường (đẳng áp): $dM = - \frac{CH}{T^2} dT \Rightarrow \frac{dM}{dT} = - \frac{CH}{T^2}$. $\Rightarrow C_H = C_M - \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH^2}{T^2} \Rightarrow C_M = 3 \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH^2}{T^2} = 3 \alpha \frac{M^2}{C}$.	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
2c.	Ta có: $dS = \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right _H dT + \left. \frac{\partial S}{\partial H} \right _T dH$ Với quá trình đoạn nhiệt: $dS = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{C_H}{T} dT + \mu_0 L \pi R^2 \cdot \left. \frac{\partial M}{\partial T} \right _H dH$ (6)	0,25
	Thay $\frac{\partial M}{\partial T} = -\frac{CH}{T^2}$; $C_H = 2\mu_0 L \pi R^2 \cdot \frac{CH^2}{T^2}$. Vào (6) tìm được: $0 = \frac{\mu_0 L \pi R^2 CH^2}{T^3} dT - \mu_0 L \pi R^2 \frac{CH}{T^2} dH$. Suy ra $\frac{dT}{T} = \frac{dH}{H} \Rightarrow \frac{T}{H} = \text{const.}$	0,25
Câu III (4,0 điểm)		
1a.	Điện thế của lưỡng cực điện tại điểm đặt q: $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_+} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R_-}$ Chú ý gần đúng $R_{\pm} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pm 2R \frac{d}{2} \cos \alpha} = R \pm \frac{d}{2} \cos \alpha$ $\frac{1}{R_+} - \frac{1}{R_-} = -\frac{d \cos \alpha}{R^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cos^2 \alpha} \approx -\frac{d \cos \alpha}{R^2}$ Điện thế của lưỡng cực tại điện tích q: $V = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \alpha}{R^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p} \cdot \vec{R}}{R^3}$; $\vec{p} = Q\vec{R}$	0,25
	Thế năng lưỡng cực trong trường q: $W_t = -\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \alpha}{R^2}$.	0,25
	Góc giữa lưỡng cực và trục cực là $(\theta + \alpha)$, do đó vận tốc góc của lưỡng cực $(\dot{\theta} + \dot{\alpha})$. Động năng của lưỡng cực là: $W_d = \frac{1}{2} 2M(\dot{R}^2 + R^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} 2M \left(\frac{d}{2}\right)^2 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2$ $= M\dot{R}^2 + M \left(R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2\right) \dot{\theta}^2 + M \left(\frac{d}{2}\right)^2 \dot{\alpha}^2 + 2M \left(\frac{d}{2}\right)^2 \dot{\theta} \dot{\alpha}$	0,25
	Lagrange của hệ $L = W_d - W_t$	0,25
	Phương trình Lagrange cho R là: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{R}} \right) - \frac{\partial L}{\partial R} = 0 \Rightarrow M\ddot{R} - MR\dot{\theta}^2 - \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos \alpha}{R^3} = 0$ (1)	0,25
	Phương trình Lagrange cho θ là: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow \left[R^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \right] \ddot{\theta} + \left(\frac{d}{2}\right)^2 \ddot{\alpha} + 2R\dot{R}\dot{\theta} = 0$ (2)	0,25
	Phương trình Lagrange cho α là: $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0 \Rightarrow M \frac{d}{2} (\ddot{\alpha} + \ddot{\theta}) + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin \alpha}{R^2} = 0$ (3)	0,25
	(1), (2), (3) là các phương trình chuyển động của lưỡng cực.	

Câu	Nội dung	Điểm
	Chú ý: Bài toán có thể giải bằng phương pháp năng lượng	
1b.	Lưỡng cực chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính R, góc α nhỏ $\sin \alpha \sim \alpha$; $\ddot{\theta} = 0$: (3) trở thành: $M \frac{d}{2} \ddot{\alpha} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0} \frac{\alpha}{R^2} = 0 \Rightarrow \ddot{\alpha} + \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 M d R^2} \alpha = 0; \omega^2 = \frac{qQ}{2\pi\epsilon_0 d M R^2}$.	0,25
	Chu kỳ dao động nhỏ: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 d M R^2}{qQ}}$.	0,25
2a.	Cường độ điện trường của lưỡng cực điện tại điện tích điểm q. $\vec{E} = -\text{grad}V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{grad} \left(\frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{r^3} \right)$ $= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p_1 x + p_2 y + p_3 z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right) \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p_1 x + p_2 y + p_3 z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right) \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{p_1 x + p_2 y + p_3 z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \right) \vec{k} \right]$	0,25
	$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{3(\vec{r} \cdot \vec{p})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \right).$	0,25
	Lực tác dụng lên điện tích: $\vec{F} = q\vec{E} = \frac{3q(\vec{r} \cdot \vec{p})}{4\pi\epsilon_0 r^5} \vec{r} - \frac{qp}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}; r = \vec{r} $ (1)	0,25
	Momen lực tác dụng lên điện tích: $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (\vec{r} \times \vec{p})$ (2)	
	Độ biến thiên momen động lượng theo thời gian bằng momen lực: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$ (3)	
	Từ (2) suy ra: $\vec{N} \cdot \vec{p} = 0$ nghĩa là thành phần của $\vec{N}$ theo phương của $\vec{p}$ bằng không, do đó theo phương $\vec{p}$, momen động lượng bảo toàn.	
	Nhân vô hướng hai vế của (3) với $\vec{L}$ và sử dụng (2) ta có: $\vec{L} \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{L} \vec{N} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{L} (\vec{r} \times \vec{p})$ (4)	
	Chú ý: $\vec{L} \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dL^2}{dt}$ do đó: $\frac{dL^2}{dt} = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 r^3} \vec{L} (\vec{r} \times \vec{p})$ (5)	
	Thay $\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$, ta được:	

Câu	Nội dung	Điểm
	$\frac{dL^2}{dt} = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0 r^3} (\vec{r} \times \vec{v})(\vec{r} \times \vec{p}) = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0 r^3} [(\vec{r}\vec{r})(\vec{v}\vec{p}) - (\vec{r}\vec{p})(\vec{v}\vec{r})]$ ở trên đã áp dụng biến đổi: $(\vec{r} \times \vec{v})(\vec{r} \times \vec{p}) = -\vec{p} \cdot (\vec{r} \times (\vec{r} \times \vec{v})) = -\vec{p} [\vec{r}(\vec{r}\vec{v}) - \vec{v}(\vec{r}\vec{r})] = (\vec{r}\vec{r})(\vec{v}\vec{p}) - (\vec{r}\vec{p})(\vec{v}\vec{r}).$ $\frac{dL^2}{dt} = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{\vec{v}\vec{p}}{r} - \frac{(\vec{r}\vec{p})(\vec{v}\vec{r})}{r^3} \right] \quad (6)$ Sử dụng: $\vec{v}\vec{r} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) \vec{r} = r \frac{dr}{dt}$ thay vào (6), ta được: $\frac{dL^2}{dt} = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{\vec{v}\vec{p}}{r} - \frac{(\vec{r}\vec{p})(\vec{v}\vec{r})}{r^3} \right] = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{\frac{d\vec{r}}{dt} \vec{p}}{r} - \frac{(\vec{r}\vec{p}) \frac{dr}{dt}}{r^2} \right] = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{\frac{d\vec{r}}{dt} r}{r^2} - \frac{\vec{r} \frac{dr}{dt}}{r^2} \right] \vec{p}$ $\frac{dL^2}{dt} = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \vec{p} \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) = -\frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{p}\vec{r}}{r} \right) \quad (7)$ Từ (7): $\frac{d}{dt} \left(L^2 + \frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}\vec{r}}{r} \right) = 0$. Điều này có nghĩa là: $\beta = L^2 + \frac{qm}{2\pi\epsilon_0} \frac{\vec{p}\vec{r}}{r} = \text{const} \quad (8)$	0,25
2b.	Năng lượng của điện tích: $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{qp \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (9)$ Xét trong hệ tọa độ cầu (r, θ, ϕ) trục Oz trùng với $\vec{p}$ ta được: $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{qp \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{qp \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ $E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2mr^2} \left(m^2 r^4 \dot{\theta}^2 + \frac{m^2 r^4 \dot{\phi}^2 \sin^4 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{mqp \cos \theta}{2\pi\epsilon_0} \right) \quad (10)$ Và ta có: $L_z = \vec{L} \cdot \frac{\vec{p}}{p} = mr(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) \cdot \frac{\vec{p}}{p} = mr^2 \dot{\phi} \sin^2 \theta. \quad (11)$ Suy ra: $\beta = \frac{L_z^2}{\sin^2 \theta} + m^2 r^4 \dot{\theta}^2 + \frac{mqp \cos \theta}{2\pi\epsilon_0} \quad (12)$ Từ (10), (11) và (12) ta suy ra: $E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{\beta}{2mr^2} \quad (13)$	0,25
	Từ (13) ta thấy chuyển động của điện tích là chuyển động dưới tác dụng của một thế năng hiệu dụng $V_{\text{eff}} = \frac{\beta}{2mr^2}. \text{ Đồ thị của thế có dạng:}$ $(13) \Rightarrow m\ddot{r} = -\frac{\beta}{mr^3} \quad (14)$ Từ dạng đồ thị và (14) ta thấy, khi r nhỏ điện tích chuyển động với gia tốc giảm rất nhanh theo r. Khi r lớn, điện tích gần như chuyển đều ($\ddot{r} = 0$). 	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
2c.	Điều kiện để điện tích chuyển động trên mặt cầu là $E=0, r'=0 \Rightarrow \beta=0$, hay ta có vận tốc ban đầu của điện tích phải vuông góc với véc tơ bán kính và có giá trị bằng: $v_0^2 = \frac{pq \cos \theta_0 }{2\pi\epsilon_0 m r_0^2} \quad (16)$ Điện tích chuyển động trên mặt cầu, khi đó $r=r_0=\text{const}; E=0; \beta=0$. Ta có thế năng tĩnh điện của điện tích: $V(r_0, \theta) = \frac{qp}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} \cos \theta$ Và từ (13), ta có: $\frac{L_z^2}{\sin^2 \theta} + m^2 r_0^4 \theta'^2 + \frac{m q p \cos \theta}{2\pi\epsilon_0} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m r_0^2 \theta'^2 + \frac{L_z^2}{2 m r_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{q p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} = 0 \quad (16)$ Đặt $V_{\text{eff}}(\theta) = \frac{L_z^2}{2 m r_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{q p}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} \cos \theta$ Phương trình chuyển động của điện tích sẽ có dạng $\frac{1}{2} m r_0^2 \theta'^2 + V_{\text{eff}}(\theta) = 0 \quad (17).$ Dạng đồ thị của $V_{\text{eff}}(\theta)$: 	0,25
Câu IV (4,0 điểm)		
1.	Nội năng của hệ (năng lượng tổng cộng ứng với mọi năng lượng của photon trong thể tích V) là: $U = \int_0^\infty \bar{u}(\epsilon, T) d\epsilon = \int_0^\infty \frac{8\pi V}{(hc)^3} \frac{\epsilon^3}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1} d\epsilon = \frac{8\pi V}{(hc)^3} \int_0^\infty \frac{\epsilon^3}{e^{\frac{\epsilon}{kT}} - 1} d\epsilon$ Đặt $x = \frac{\epsilon}{kT} \rightarrow U = \frac{8\pi V}{(hc)^3} (kT)^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$ Sử dụng $\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$ ta thu được: $U = \frac{8\pi^5 V}{15(hc)^3} (kT)^4$ Mật độ năng lượng tổng cộng ứng với mọi năng lượng của photon trong thể tích V: $\bar{U} = \frac{U}{V} = \frac{8\pi^5}{15(hc)^3} (kT)^4$	0,25
	Nhiệt dung đẳng tích: $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{8\pi^5 V}{15(hc)^3} (kT)^4 \right) = \frac{32\pi^5 V}{15(hc)^3} (kT)^3 k = \frac{32\pi^5 V}{15(hc)^3} k^4 T^3$ Entropy của hệ: $S = \int_0^T \frac{C_v(T')}{T'} dT' = \int_0^T \frac{\frac{32\pi^5 V}{15(hc)^3} k^4 T'^3}{T'} dT' = \frac{32\pi^5 V}{45(hc)^3} (kT)^3 k = \frac{32\pi^5 V}{45(hc)^3} k^4 T^3$	0,25
2.	Do $\epsilon = h \frac{c}{\lambda} \rightarrow d\epsilon = -hc \frac{d\lambda}{\lambda^2}$ từ đó ta có mật độ năng lượng của khí photon được giam trong một thể tích V và có tần số nằm trong khoảng từ λ đến $\lambda + d\lambda$ là $\bar{u}(\lambda, T) d\lambda = \frac{8\pi V}{(hc)^3} \frac{(h \frac{c}{\lambda})^3 d(h \frac{c}{\lambda})}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} = -\frac{8\pi V}{\lambda^5} \frac{hc d\lambda}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1},$ dấu “-” có ý nghĩa cho thấy ϵ và λ biến thiên ngược chiều nhau.	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	Bước sóng $\lambda_{\max}$ cho mật độ năng lượng lớn nhất thì: $\frac{d}{d\lambda} \bar{u}(\lambda, T) = 0 \rightarrow \frac{d}{d\lambda} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} = 0,$ Nếu đặt $\frac{hc}{\lambda kT} = x \rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{x^5}{e^x - 1} \right) = 0 \rightarrow 5e^x - xe^x - 5 = 0 \rightarrow x \approx 4,965$ (học sinh có thể giải được bằng máy tính cầm tay) $\lambda_{\max} \approx \frac{hc}{4,965kT} \approx \frac{2900 \cdot 10^{-6}}{T} \text{ (m)} = \frac{2900}{T} \text{ (}\mu\text{m)}, \text{ với } T \text{ là nhiệt độ tuyệt đối}$ $\Rightarrow b = 2900 \text{ (}\mu\text{m.K)}$	0,25
3.	Định luật Stefan – Boltzmann, tổng công suất bức xạ từ một đơn vị diện tích bề mặt của vật đen tuyệt đối với mọi bước sóng tỉ lệ với lũy thừa bốn của nhiệt độ tuyệt đối T của vật $P = \sigma T^4$, với σ là hằng số Stefan – Boltzmann. Mật độ năng lượng tổng cộng với tất cả các bức xạ được cho bởi biểu thức trong câu 1 là $\bar{U} = \frac{U}{V} = \frac{8\pi^5 k^4}{15(hc)^3} T^4$ Năng lượng truyền qua một đơn vị diện tích được cho bởi các photon có góc tới θ trong khoảng thời gian dt là $dE(dt, \theta) = \bar{U}(c dt d\Omega) \frac{\cos \theta}{4\pi}$ Tổng công suất bức xạ từ một đơn vị diện tích bề mặt của vật đen tuyệt đối với mọi bước sóng $P = \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} dE(dt, \theta)}{dt} \Rightarrow P = \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \bar{U} \cdot c \cdot \cos \theta \frac{\sin \theta d\theta d\phi}{4\pi} = \frac{c\bar{U}}{4}$ $\Rightarrow P = \frac{c\bar{U}}{4} = \frac{c}{4} \frac{8\pi^5}{15 \cdot (hc)^3} (kT)^4 = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} T^4 = \sigma T^4$ Với $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2}$, thay số ta tìm được $\sigma \approx 5,66 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$	0,25
4a.	Năng lượng vệ tinh nhận được từ Mặt Trời là: $E_i = \sigma T_s^4 \cdot \frac{4\pi R_s^2}{4\pi R_o^2} \cdot \pi r_v^2$ (Coi khoảng cách từ vệ tinh tới Mặt Trời bằng khoảng cách từ Trái Đất tới Mặt Trời). Năng lượng toàn phần mà vệ tinh phát ra là: $E_o = \sigma T_v^4 \cdot 4\pi r_v^2$ Theo bảo toàn năng lượng, khi nhiệt độ vệ tinh ổn định: $E_{in} = E_{out} \Rightarrow \sigma T_s^4 \cdot \frac{4\pi R_s^2}{4\pi R_o^2} \cdot \pi r_v^2 = \sigma T_v^4 \cdot 4\pi r_v^2 \Rightarrow T_v = T_s \sqrt{\frac{R_s}{2R_o}}$ Nhiệt độ T_s của Mặt Trời được ước tính dựa vào phần 2. $\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965kT_s} \Rightarrow T_s = \frac{hc}{4,965k\lambda_{\max}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,965 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} \approx 5800 \text{ K}$ $T_v \approx T_s \sqrt{\frac{R_s}{2R_o}} = 5800 \sqrt{\frac{7 \cdot 10^8}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{11}}} \approx 280 \text{ K}$	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
4b.	Nếu vệ tinh chỉ hấp thụ các bước sóng từ $\lambda_0 = 12 \mu\text{m}$ trở lên tức là tương ứng với các photon có năng lượng từ 0 đến $\varepsilon_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$, do đó khi tính U thì ta phải tính tích phân $U = \int_0^{\varepsilon_0} \bar{u}(\varepsilon, T) d\varepsilon = \frac{8\pi V}{15(hc)^3} \int_0^{\varepsilon_0} \frac{\varepsilon^3}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} d\varepsilon$ Nếu đặt $x = \frac{\varepsilon}{kT} \rightarrow U = \frac{8\pi V}{(hc)^3} (kT)^4 \int_0^{x_0} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$ với $x_0 = \frac{\varepsilon_0}{kT_s} = \frac{hc}{\lambda_0 kT_s} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 5800} \approx 0,207$ Trong trường hợp này năng lượng toàn phần mà vệ tinh nhận được từ Mặt Trời không còn là E_i nữa mà là: $E'_i = \frac{\int_0^{x_0} \frac{x^3}{e^x - 1} dx}{\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx} \cdot E_i = \frac{\int_0^{x_0} \frac{x^3}{e^x - 1} dx}{\frac{\pi^4}{15}} \cdot E_i$ Với giá trị của $x_0 \approx 0,207$ ta có thể sử dụng gần đúng $e^x - 1 \approx 1 + x - 1 = x$, khi đó tính ngay được $\int_0^{x_0} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \approx \frac{x_0^3}{3} \Rightarrow E'_i = \beta \cdot E_i \text{ với } \beta \approx \frac{x_0^3/3}{\pi^4/15} \approx 4,56 \cdot 10^{-4}$ Nhiệt độ của vệ tinh bây giờ là: $T'_v \approx T_v \sqrt[4]{\beta} = 280 \sqrt[4]{4,56 \cdot 10^{-4}} \approx 40,9 \text{ K}$	0,25 0,25
5.	Ta có thể chứng minh áp suất mà bức xạ Mặt Trời tác dụng lên hạt bụi là: $p = \frac{I}{c}(1 + R), I \text{ là cường độ của bức xạ Mặt Trời gây ra tại vị trí hạt bụi.}$ Thật vậy, gọi p là áp suất mà bức xạ tác dụng lên vật $p = \frac{F}{S} = \frac{\Delta P}{S \Delta t}$ Tức là áp suất có độ lớn bằng động lượng mà chùm bức xạ truyền cho 1 đơn vị diện tích của vật trong 1 đơn vị thời gian. E là năng lượng của chùm bức xạ truyền cho vật trong 1 đơn vị thời gian và I là cường độ chùm bức xạ (năng lượng chùm bức xạ truyền cho 1 đơn vị diện tích của vật trong 1 đơn vị thời gian), ta có $I = \frac{E}{S}$ Số photon đến đập vào 1 đơn vị diện tích của vật trong 1 đơn vị thời gian là $n = \frac{I}{\varepsilon}$, với ε là năng lượng của mỗi photon. Số photon đập vào diện tích S trong thời gian Δt là $N = nS \Delta t = \frac{I}{\varepsilon} S \Delta t$ Gọi R là hệ số phản xạ ($R < 1$) thì số photon bị phản xạ và hấp thụ trên diện tích S trong thời gian Δt lần lượt là NR và $N(1 - R)$. Mỗi photon bị phản xạ truyền cho vật động lượng $2 \frac{\varepsilon}{c}$, mỗi photon bị hấp thụ truyền cho vật một động lượng là $\frac{\varepsilon}{c}$ nên động lượng mà chùm bức xạ truyền cho diện tích S của vật trong thời gian Δt là $\Delta P = 2NR \frac{\varepsilon}{c} + N(1 - R) \frac{\varepsilon}{c} = N \frac{\varepsilon}{c} (1 + R)$ Áp suất của chùm bức xạ tác dụng lên mặt S là	0,25 0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	$p = \frac{\Delta P}{S\Delta t} = \frac{N \frac{\varepsilon}{c} (1+R)}{S\Delta t} = \frac{\frac{I}{S\Delta t} \frac{\varepsilon}{c} (1+R)}{S\Delta t} = \frac{I}{c} (1+R)$ Công suất phát xạ toàn phần do Mặt Trời phát đi theo mọi phương là $E = (\sigma T_S^4) \cdot 4\pi R_S^2$ Cường độ của chùm bức xạ do Mặt Trời gây ra tại vị trí hạt bụi là $I = \frac{E}{4\pi d^2} = \sigma T_S^4 \frac{R_S^2}{d^2}$ Áp lực mà bức xạ Mặt Trời tác dụng lên hạt bụi là: $F = \pi \rho^2 p = \pi \rho^2 \frac{I}{c} (1+R) = \pi \rho^2 \frac{\sigma T_S^4}{c} (1+R) \frac{R_S^2}{d^2}$ Trong đó ρ là bán kính của hạt bụi nhôm cần tìm, R là hệ số phản xạ của hạt bụi. Lực hấp dẫn do Mặt Trời tác dụng lên hạt bụi: $F_{hd} = G \frac{M_S m}{d^2} = G \frac{M_S \frac{4}{3} \pi \rho^3 D}{d^2} = G \frac{4\pi \rho^3 D M_S}{3d^2}$ Cân bằng hai lực này ta xác định được bán kính hạt bụi nhôm: $F = F_{hd} \Rightarrow \pi \rho^2 \frac{\sigma T_S^4}{c} (1+R) \frac{R_S^2}{d^2} = G \frac{4\pi \rho^3 D M_S}{3d^2} \Rightarrow \rho = \frac{3\sigma T_S^4 R_S^2 (1+R)}{4G \cdot c \cdot D \cdot M_S}$ Nhiệt độ T_S của Mặt trời được ước tính dựa vào phần 2. $\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965kT_S} \Rightarrow T_S = \frac{hc}{4,965k\lambda_{\max}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,965 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} \approx 5800 \text{ K}$ Thay số ta tính được: $\rho = \frac{3 \cdot 5,66 \cdot 10^{-8} \cdot 5800^4 \cdot (7 \cdot 10^8)^2 \cdot (1+0,8)}{4,6 \cdot 67 \cdot 10^{-11} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2700 \cdot 1,95 \cdot 10^{30}} \approx 0,4 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$	0,25
	Câu V (4,0 điểm)	0,25
1.	Số các mức năng lượng có giá trị từ ε đến $\varepsilon + d\varepsilon$: $dn(\varepsilon) = \rho(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{g(2m)^{3/2} V}{4\pi^2 \hbar^3} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon$ Vì $e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} \geq 0 \Rightarrow \bar{n}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} + 1} \leq 1$, nghĩa là trên một mức năng lượng không có quá một hạt fermion, còn $\bar{n}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} - 1}$ có thể lấy giá trị bất kỳ từ 0 đến ∞, nghĩa là trên một mức năng lượng có thể có số tùy ý các hạt boson. Điều đó chứng tỏ rằng thông kê Fermi – Dirac ngăn cản việc tích tụ các hạt vào cùng trạng thái còn thống kê Bose – Einstein thì không.	0,25
		0,25
		0,25
2.	Nồng độ khí trong khoảng $d\varepsilon$ có $dn(\varepsilon)$ mức năng lượng. Mỗi mức năng lượng trung bình có $\bar{n}(\varepsilon)$ hạt. Vậy số hạt có năng lượng từ ε đến $\varepsilon + d\varepsilon$ là $dN(\varepsilon) = \bar{n}(\varepsilon) dn(\varepsilon) = \frac{gV(2m)^{3/2}}{4\pi^2 \hbar^3} \frac{\sqrt{\varepsilon}}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} + (-1)^v} d\varepsilon$ Số hạt N của hệ tính bằng việc lấy tích phân công thức trên theo năng lượng từ 0 đến ∞:	0,25
		0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	$N = \frac{gV(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon}}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + (-1)^v} d\varepsilon$ Để tính tích phân $\int_0^\infty \frac{\sqrt{\varepsilon}}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + (-1)^v} d\varepsilon, \text{ đặt } z = \exp\left(-\frac{\mu}{k_B T}\right); \varepsilon = x kT; d\varepsilon = kT dx;$ $N = \frac{gV(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{(xkT)^{1/2}}{ze^x + (-1)^v} (kT) dx =$ $= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{gV(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} (kT)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{ze^x + (-1)^v} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{gV(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} (kT)^{3/2} F_v(z) \quad (1)$ Nồng độ chất khí: $n_0 = \frac{N}{V} = \frac{g}{8} \left(\frac{2mkT}{\pi\hbar^2}\right)^{3/2} F_v(z)$	0,25
3.	Năng lượng của hệ hạt: Hạt ở mức ε hạt có năng lượng ε, do đó tổng năng lượng của các hạt ở mức đó là $\varepsilon \bar{n}(\varepsilon)$. Trong khoảng ε đến $\varepsilon + d\varepsilon$ có $d\bar{n}(\varepsilon)$ mức, vì vậy tổng năng lượng của các hạt có năng lượng từ ε đến $\varepsilon + d\varepsilon$ là $dE = \varepsilon \bar{n}(\varepsilon) d\bar{n}(\varepsilon) = \frac{gV(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} \frac{\varepsilon^{3/2}}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + (-1)^v} d\varepsilon$ Năng lượng toàn phần E của hệ được tính bằng cách lấy tích phân công thức trên theo năng lượng ε từ 0 đến ∞. Để tính tích phân $\int_0^\infty \frac{\varepsilon^{3/2}}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + (-1)^v} d\varepsilon$, đặt $z = \exp\left(-\frac{\mu}{kT}\right); \varepsilon = x kT; d\varepsilon = kT dx;$ $E = \int_0^\infty \varepsilon \bar{n}(\varepsilon) d\bar{n}(\varepsilon) = \frac{gV(2m)^{3/2}}{4\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{x^{3/2} (kT)^{3/2}}{e^x + (-1)^v} (kT) dx$ $= \frac{4\sqrt{\pi}}{3} \frac{gV(2m)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} (kT)^{5/2} \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{x^{3/2}}{ze^x + (-1)^v} dx = \frac{4\sqrt{\pi}}{3} \frac{gV(2m)^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} (kT)^{3/2} (kT) G_v(z) \quad (2)$ Thay (1) vào (2) tìm được: $E = \frac{8}{3} NkT \frac{G_v(z)}{F_v(z)}; R = kN_A \text{ là hằng số khí, } N_A \text{ là số Avogadro.}$	0,25
4.	Khi có suy biến, bỏ qua 1 so với $e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}}$. Tính 2 tích phân như sau: $F_v(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{ze^x + (-1)^v} dx \approx \frac{1}{z} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x} \sqrt{x} dx = \frac{1}{z} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2} t^2 dt = \frac{1}{z}$ $G_v(z) = \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{x^{3/2}}{ze^x + (-1)^v} dx \approx \frac{1}{z} \frac{3}{4\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-x} x^{3/2} dx = \frac{1}{z} \frac{3}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2} t^4 dt = \frac{9}{16z}$ Năng lượng của 1 mol khí $E_0 = \frac{8}{3} N_A kT \frac{G_v(z)}{F_v(z)} = \frac{3}{2} RT$ Nhiệt dung của khí lượng tử: $C_0 = \frac{\partial E_0}{\partial T} = \frac{3}{2} R.$	0,25

HÉT