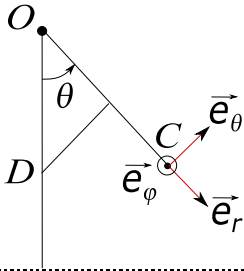


I. Hướng dẫn chung

1. Cán bộ chấm thi chấm đúng như đáp án - thang điểm của Bộ Giáo dục và Đào tạo.
2. Nếu có câu nào, ý nào mà thí sinh có cách trả lời khác so với đáp án nhưng vẫn đúng thì vẫn cho điểm tối đa của câu, ý đó theo thang điểm.
3. Cán bộ chấm thi không quy tròn điểm bài thi.

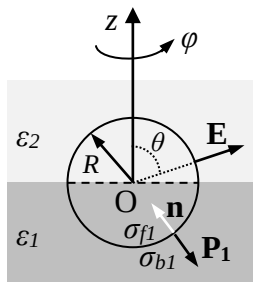
II. Đáp án - thang điểm

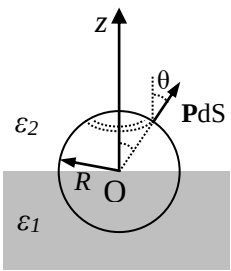
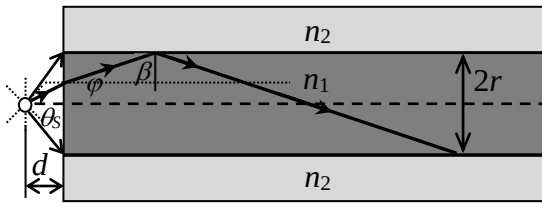
Câu	Nội dung	Điểm
	Câu I (4,0 điểm)	
1.	Do không có ma sát, ta có bảo toàn cơ năng Động năng của hệ: $E_d = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}mv_E^2 + \frac{1}{2}mv_D^2$  Trong đó: $\vec{v}_C = 2a\dot{\theta}\vec{e}_\theta + 2a\sin\theta.\dot{\varphi}.\vec{e}_\varphi \Rightarrow v_C^2 = 4a^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\dot{\varphi}^2)$ Do đối xứng $\vec{v}_E$ có cùng độ lớn như $\vec{v}_C$, nên ta cũng có: $v_E^2 = 4a^2(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\dot{\varphi}^2)$ Vận tốc $\vec{v}_D$ là: $\vec{v}_D = \frac{d}{dt}(2a\cos\theta)\vec{e}_z = -2a\sin\theta\dot{\theta}\vec{e}_z$ Động năng của hệ: $E_d = 2ma^2[(2 + \sin^2\theta)\dot{\theta}^2 + 2\sin^2\theta\dot{\varphi}^2]$ Thế năng của hệ (gốc ở O): $E_t = -(mgz_C + mgz_D + mgz_E) = -3mgz_C = -6mga\cos\theta$ Cơ năng của hệ là: $E = 2ma^2[(2 + \sin^2\theta)\dot{\theta}^2 + 2\sin^2\theta\dot{\varphi}^2] - 6mga\cos\theta$ $= 2ma^2[(2 + \sin^2\theta)\dot{\theta}^2 + 2\sin^2\theta\omega^2] - 6mga\cos\theta$ (1) Cơ năng hệ bảo toàn nên: $2ma^2[(2 + \sin^2\theta)\dot{\theta}^2 + 2\sin^2\theta\dot{\varphi}^2] - 6mga\cos\theta = 4ma^2\sin^2\theta_0\omega_0^2 - 6mga\cos\theta_0$ Chia cho $2ma$: $a[(2 + \sin^2\theta)\dot{\theta}^2 + 2\sin^2\theta\dot{\varphi}^2] - 3g\cos\theta = 2a\sin^2\theta_0\omega_0^2 - 3g\cos\theta_0$ (2) Theo định lý mômen động lượng (đối với điểm O) chiếu lên phương z, ta có: $\frac{d\vec{L}}{dt}.\vec{e}_z = [\vec{OC} \times m\vec{g} + \vec{OD} \times m\vec{g} + \vec{OE} \times m\vec{g}].\vec{e}_z = 0$ (Số hạng thứ 2 trong ngoặc vuông bằng 0, hai số hạng còn lại cùng độ lớn nhưng ngược chiều). Vậy $L_z = \text{const}$, tức là nó bảo toàn. Mặt khác: $L_z = [\vec{OC} \times m\vec{v}_C + \vec{OD} \times m\vec{v}_D + \vec{OE} \times m\vec{v}_E].\vec{e}_z$ Vì: $\vec{OD} \times \vec{v}_D \square \vec{e}_z \times \vec{e}_z = 0$; $\vec{OC} \times m\vec{v}_C = m.OC.[(\vec{e}_r \times \vec{e}_\theta)2a\dot{\theta} + (\vec{e}_r \times \vec{e}_\varphi)2a\sin\theta\dot{\varphi}]$ Vì $\vec{e}_r \times \vec{e}_\theta = \vec{e}_\varphi$ và $\vec{e}_r \times \vec{e}_\varphi = -\vec{e}_\theta$, ta có $[\vec{OC} \times m\vec{v}_C]_{\vec{e}_z} = m.OC.[\vec{e}_\varphi.\vec{e}_z 2a\dot{\theta} - \vec{e}_\theta.\vec{e}_z 2a\sin\theta\dot{\varphi}]$ $\vec{e}_\varphi.\vec{e}_z = 0$ và $\vec{e}_\theta.\vec{e}_z = \cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin\theta$, $[\vec{OC} \times m\vec{v}_C]_{\vec{e}_z} = 4ma^2\sin^2\theta\dot{\varphi}$. Suy ra: $\dot{\varphi} = \frac{\sin^2\theta_0.\omega_0}{\sin^2\theta}$ Biểu thức cơ năng là: $2ma^2[(2 + \sin^2\theta)\dot{\theta}^2 + 2\sin^2\theta\frac{\sin^4\theta_0.\omega_0^2}{\sin^4\theta}] - 6mga\cos\theta$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25

Câu	Nội dung	Điểm
2	Thay vào (2), ta được: $a \left[(2 + \sin^2 \theta) \dot{\theta}^2 + 2 \sin^2 \theta \frac{\sin^4 \theta_0 \cdot \omega_0^2}{\sin^4 \theta} \right] - 3g \cos \theta = 2a \sin^2 \theta_0 \omega_0^2 - 3g \cos \theta_0$ $\Rightarrow a(2 + \sin^2 \theta) \dot{\theta}^2 + 2a \frac{\sin^4 \theta_0 \cdot \omega_0^2}{\sin^2 \theta} - 3g \cos \theta = 2a \sin^2 \theta_0 \omega_0^2 - 3g \cos \theta_0$	0,25
	Phương trình này có dạng: $f(\theta) \dot{\theta}^2 + u(\theta) = u(\theta_0)$ Với: $f(\theta) = a(2 + \sin^2 \theta) > 0 (*)$; $u(\theta) = 2a \frac{\sin^4 \theta_0 \cdot \omega_0^2}{\sin^2 \theta} - 3g \cos \theta$	0,25
	Từ (*) suy ra $u(\theta_0) - u(\theta) \geq 0$ nên nếu $u(\theta)$ là có dạng “hố thế” thì hệ sẽ dao động:	0,25
	Ta thấy $u(\theta) = \infty$ khi $\theta = 0, \pi$ và liên tục trong khoảng này nên thỏa mãn thảo luận trên, vậy tồn tại cân bằng bền khi $\theta \in [0, \pi]$.	0,25
3a	Thay số vào, ta được hàm: $u(\theta) = \frac{0,987}{\sin^2 \theta} - 30 \cos \theta$ (m/s ²), với $u(\theta_0) = -19.2 \text{ m/s}^2$.	0,25
	$u(\theta) = u(\theta_0)$ cho 2 nghiệm $\theta_1 \approx 0,34 \text{ rad}$ ($\theta_1 \approx 19,5^\circ$); $\theta_2 = 45^\circ \rightarrow \theta_{\min} \approx 19,5^\circ; \theta_{\max} = 45^\circ$.	0,25
3b	Góc θ sẽ không thể biến thiên, nếu θ_1 và θ_2 trùng nhau và trùng với θ_0 ứng với cực tiểu của hàm $u(\theta)$. Từ điều kiện $\frac{du}{d\theta} \big _{\theta=\theta_0} = 0$, suy ra: $-4a \sin \theta_0 \cos \theta_0 \cdot \omega_0^2 + 3g \sin \theta_0 = 0$	0,25
	Khi đó tốc độ góc ban đầu bằng $\omega_0 = \omega_{0c} = \sqrt{\frac{3g}{4a \cos \theta_0}} \approx 14,6 \text{ rad/s}$.	0,25
Câu II (4,0 điểm)		
1	Chuyển động khối tâm của hạt liên quan tới 3 bậc tự do và do đó động năng trung bình của chuyển động này $\overline{K} = \frac{m \overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} k_B T$ (1).	0,25
	Ta sử dụng gần đúng vận tốc trung bình $\overline{v^2} \approx (\overline{v})^2$ (2). Suy ra $\overline{v} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$ (3).	0,25
	Thay số ta thu được $\overline{v} \approx 4,9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (4).	0,25
2	b) Tổng độ dời của hạt sau N va chạm: $\vec{R} = \vec{l}_0 + \vec{l}_1 + \dots + \vec{l}_{N-1}$ (5).	0,25
	$\vec{l}_i$ là vectơ độ dời từ va chạm thứ N_i tới va chạm thứ N_{i+1} , độ lớn của mỗi độ dời $ \vec{l}_i = l$.	
	Bình phương hai vế ta được $R^2 = Nl^2 + \sum_{i,j} \vec{l}_i \cdot \vec{l}_j$ (6).	0,25
	Vì $\vec{l}_i \cdot \vec{l}_j = l^2 \cos \theta$, với θ có giá trị ngẫu nhiên từ 0° đến 180° , suy ra $\cos \theta$ nhận giá trị ngẫu nhiên từ -1 đến $+1$. Suy ra $\overline{\cos \theta} = 0$ (7).	0,5
3	Điều này có nghĩa là trung bình của số hạng thứ hai trong (6) bằng 0. Khi đó sau N va chạm $\overline{R_N^2} = Nl^2$ (8). Hay với gần đúng ở trên ta thu được $\overline{R_N} = l\sqrt{N}$ (9).	0,25
	Số lần va chạm thực hiện được trong thời gian t : $N = t / \tau$ (10).	0,25
	Mặt khác, thời gian trung bình giữa hai va chạm liên tiếp $\tau = l / \overline{v}$ (11).	
	Suy ra sự phụ thuộc (8) có thể viết lại như hàm thời gian $\overline{R_{3D}^2}(t) = l \overline{v} t \equiv Dt$ (12).	
	Ta đọc từ đồ thị tọa độ của hạt tại những thời điểm khác nhau và tính tốc độ trung bình của chuyển động	0,25
	$\overline{R_{3D}^2}(t) = \frac{3}{2} \overline{R_{2D}^2}(t) = \frac{3}{2} \left\{ \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 [x_i^2(t) + y_i^2(t)] \right\}$ (13).	

Câu	Nội dung	Điểm																																																						
	Kết quả ghi vào bảng (Nếu đọc sai độ chính xác của tọa độ 5(μm) thì không cho điểm phần này. Ví dụ: nếu đọc 12(μm) thay vì 10(μm) hoặc 15(μm)) <table><tr><th>t (s)</th><th>X (μm)</th><th>Y (μm)</th><th>R_{2D}² (μm²)</th><th>$\overline{R_{2D}^2}$ (μm²)</th><th>2D/3(μm·s⁻¹)</th></tr><tr><td rowspan="3">100</td><td>0</td><td>5</td><td>25</td><td rowspan="3">1017</td><td rowspan="3">10,2</td></tr><tr><td>10</td><td>-35</td><td>1325</td></tr><tr><td>40</td><td>-10</td><td>1700</td></tr><tr><td rowspan="3">200</td><td>-45</td><td>25</td><td>2650</td><td rowspan="3">1850</td><td rowspan="3">9,3</td></tr><tr><td>-25</td><td>15</td><td>850</td></tr><tr><td>-5</td><td>-45</td><td>2050</td></tr><tr><td rowspan="3">300</td><td>0</td><td>-30</td><td>900</td><td rowspan="3">4508</td><td rowspan="3">15,0</td></tr><tr><td>60</td><td>-50</td><td>6100</td></tr><tr><td>75</td><td>-30</td><td>6525</td></tr><tr><td rowspan="3">400</td><td>-45</td><td>15</td><td>2250</td><td rowspan="3">5175</td><td rowspan="3">12,9</td></tr><tr><td>-45</td><td>-35</td><td>3250</td></tr><tr><td>-5</td><td>-100</td><td>10025</td></tr></table>	t (s)	X (μm)	Y (μm)	R _{2D} ² (μm ²)	$\overline{R_{2D}^2}$ (μm ²)	2D/3(μm·s ⁻¹)	100	0	5	25	1017	10,2	10	-35	1325	40	-10	1700	200	-45	25	2650	1850	9,3	-25	15	850	-5	-45	2050	300	0	-30	900	4508	15,0	60	-50	6100	75	-30	6525	400	-45	15	2250	5175	12,9	-45	-35	3250	-5	-100	10025	0,25
t (s)	X (μm)	Y (μm)	R _{2D} ² (μm ²)	$\overline{R_{2D}^2}$ (μm ²)	2D/3(μm·s ⁻¹)																																																			
100	0	5	25	1017	10,2																																																			
	10	-35	1325																																																					
	40	-10	1700																																																					
200	-45	25	2650	1850	9,3																																																			
	-25	15	850																																																					
	-5	-45	2050																																																					
300	0	-30	900	4508	15,0																																																			
	60	-50	6100																																																					
	75	-30	6525																																																					
400	-45	15	2250	5175	12,9																																																			
	-45	-35	3250																																																					
	-5	-100	10025																																																					
	Vẽ đồ thị phụ thuộc của $\overline{R_{2D}^2}$ vào t và vẽ đường thẳng đi qua gốc tọa độ và các điểm	0,5																																																						
	D được xác định từ hệ số góc $D = (1,95 \pm 0,3) \times 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ (14) (Nếu học sinh tính hệ số bằng cách lấy giá trị trung bình của 4 số liệu ở cột cuối trong bảng xử lý mà vẫn cho kết quả tương thích thì vẫn cho đủ điểm)	0,25																																																						
	Và giá trị của l : $l = \frac{D}{\overline{v}} = (4,1 \pm 0,6) \times 10^{-9} \text{ m}$	0,25																																																						
	Giá trị của τ : $\tau = \frac{l}{\overline{v}} = (8,25 \pm 1,0) \times 10^{-7} \text{ s}$	0,25																																																						
	Câu III (4,0 điểm)																																																							
1a	Xác định điện trường tại một điểm trên bề mặt của bong bóng xà phòng. Gọi R₁ là bán kính bong bóng, khi bong bóng được tích điện q. Xét lớp cầu rất mỏng có diện tích $dS = 2\pi R_1^2 \sin \theta d\theta$, điện tích lớp cầu $dq = (\frac{q}{4\pi R_1^2}) 2\pi R_1^2 \sin \theta d\theta.$ Điện trường tại A theo hướng OA (hình vẽ) do điện tích dq gây ra là: $dE_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq \cdot x}{(R_1^2 \sin^2 \theta + x^2)^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\frac{q}{4\pi R_1^2}) 2\pi R_1^2 \sin \theta d\theta \cdot R_1 (1 - \cos \theta)}{[R_1^2 \sin^2 \theta + R_1^2 (1 - \cos \theta)^2]^{3/2}}$																																																							

Câu	Nội dung	Điểm
	$dE_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\frac{q}{4\pi R_1^2})2\pi R_1^2 \sin\theta d\theta}{(2R_1 \sin\frac{\theta}{2})^2} \sin\frac{\theta}{2} = \frac{q}{4\pi R_1^2} \cos\frac{\theta}{2} d\frac{\theta}{2}.$ $E_A = \frac{q/4\pi R_1^2}{2\epsilon_0} \int_0^\pi \cos\frac{\theta}{2} d\frac{\theta}{2} = \frac{q/4\pi R_1^2}{2\epsilon_0}.$ Áp suất tĩnh điện lên mặt của bong bóng xà phòng: $P = \frac{q}{4\pi R_1^2} E_A = \frac{(q/4\pi R_1^2)^2}{2\epsilon_0}.$	0,25
	Gọi P'_i và ρ'_i là áp suất và mật độ mới của khí trong bong bóng. P'_i liên hệ với áp suất ban đầu P_i theo định luật khí lý tưởng $\frac{4}{3}\pi R_1^3 P'_i = \frac{4}{3}\pi R_0^3 P_i; P_i = P_a + \frac{4\gamma}{R_0} \Rightarrow P'_i = (\frac{R_0^3}{R_1^3})(P_a + \frac{4\gamma}{R_0})$ (2)	0,25
	Phương trình xác định bán kính mới R_1, điều kiện cân bằng nhiệt của bong bóng xà phòng $P'_i = -\frac{q^2}{32\epsilon_0\pi^2 R_1^4} + P_a + \frac{4\gamma}{R_1} \quad (3)$ Thay (2) vào (3), tìm được: $(\frac{R_1}{R_0})^4 + \frac{4\gamma}{P_a R_0} (\frac{R_1}{R_0})^3 - \frac{R_1}{R_0} (1 + \frac{4\gamma}{P_a R_0}) = \frac{q^2}{32\epsilon_0\pi^2 R_0^4 P_a}$ (*) $\frac{q^2}{P_a \epsilon_0 R_0^4} \ll 1, \Delta R = R_1 - R_0 \ll R_0.$ Ta có: $\frac{R_1}{R_0} = \frac{R_0 + \Delta R}{R_0} = 1 + \frac{\Delta R}{R_0}; (\frac{R_1}{R_0})^3 \approx 1 + 3\frac{\Delta R}{R_0}; (\frac{R_1}{R_0})^4 \approx 1 + 4\frac{\Delta R}{R_0}$ Thay vào (*), tìm được: $1 + 4\frac{\Delta R}{R_0} + \frac{4\gamma}{P_a R_0} (1 + 3\frac{\Delta R}{R_0}) - (1 + \frac{\Delta R}{R_0})(1 + \frac{4\gamma}{P_a R_0}) = \frac{q^2}{32\epsilon_0\pi^2 R_0^4 P_a}$ $\Leftrightarrow 3\frac{\Delta R}{R_0} (1 + \frac{2}{3}\frac{4\gamma}{P_a R_0}) = \frac{q^2}{32\epsilon_0\pi^2 R_0^4 P_a}$ $\Delta R = R_0 \frac{q^2}{96\epsilon_0\pi^2 R_0^4 P_a (1 + \frac{2}{3}\frac{4\gamma}{P_a R_0})}$	0,25
1b	Bong bóng đứng yên trong không khí khi: $\frac{4}{3}\pi R_1^3 \rho_a g = 4\pi R_0^2 \rho_s t g + \frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho_i g;$ trong đó $\rho_i = \rho_a (1 + \frac{4\gamma}{P_a R_0}), R_1 = R_0 (1 + \frac{\Delta R}{R_0})$ $\frac{4}{3}\pi R_0^3 (1 + \frac{\Delta R}{R_0})^3 \rho_a g = 4\pi R_0^2 \rho_s t g + \frac{4}{3}\pi R_0^3 \rho_a (1 + \frac{4\gamma}{P_a R_0}) g$ $R_0 (1 + 3\frac{\Delta R}{R_0}) \rho_a = 3\rho_s t + R_0 \rho_a (1 + \frac{4\gamma}{P_a R_0});$ $\Delta R = \frac{\rho_s}{\rho_a} t + \frac{4\gamma}{3P_a}$ $q^2 = 96\epsilon_0\pi^2 R_0^3 P_a (1 + \frac{2}{3}\frac{4\gamma}{P_a R_0}) (\frac{\rho_s}{\rho_a} t + \frac{4\gamma}{3P_a}) \Rightarrow q = \sqrt{96\epsilon_0\pi^2 R_0^3 P_a (1 + \frac{2}{3}\frac{4\gamma}{P_a R_0}) (\frac{\rho_s}{\rho_a} t + \frac{4\gamma}{3P_a})}$ Thay số $q = 9,6737.10^{-9} \text{ C}.$	0,25
		0,25

Câu	Nội dung	Điểm	
2a	Ta sẽ dùng tọa độ cầu (r, θ, φ), với gốc O ở tâm quả cầu và trục z vuông góc với mặt phân cách của hai chất điện môi (Hình 1). Điện trường trong vật dẫn bằng 0. Ký hiệu điện trường bên ngoài quả cầu là $\vec{E}(r, \theta, \varphi)$, nó độc lập với φ do tính chất đối xứng cầu. Do quả cầu là dẫn điện nên nó là mặt đẳng thế, vì vậy điện trường ở ngay sát bên ngoài của mặt cầu, tức là $\vec{E}(R^+, \theta, \varphi)$, phải vuông góc với mặt đó. Nghĩa là điện trường này tại sát mặt cầu chỉ có thành phần E_r, hay ở gần biên ta có $E_\varphi = 0, E_\theta = 0$. Vậy nếu viết phương trình Maxwell $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ trong tọa độ cầu ở lân cận mặt cầu $r = R^+$ ta thấy rằng thành phần theo φ, θ sẽ tự động bằng không do $E_\varphi = 0, E_\theta = 0$. Và tất cả các đạo hàm theo φ bằng không. Điều kiện để các thành phần theo φ của $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$ là: $\frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rE_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right] = 0 \Rightarrow \frac{\partial(rE_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_r}{\partial \theta} = \frac{\partial(rE_\theta)}{\partial r} = E_\theta + r \frac{\partial(E_\theta)}{\partial r} (*)$ Vế phải của (*) ở gần mặt cầu bằng không, vì $E_\theta(R^-) = E_\theta(R^+) = 0$ (do thành phần song song của điện trường liên tục qua biên). Suy ra $\left. \frac{\partial(E_\theta)}{\partial r} \right _R = 0$ do đó theo (*) $\left. \frac{\partial E_r}{\partial \theta} \right _R = 0$, suy ra E_r không phụ thuộc vào θ.	0,25	
	Kí hiệu σ_{tot} là tổng mật độ điện tích mặt của các điện tích mặt tự do σ_f và mật độ điện tích mặt liên kết σ_b. Ta có: $\sigma_{tot} = \epsilon_0 E = \epsilon_0 E(R^+, \theta, \varphi) = \epsilon_0 E(R^+)$ Như vậy mật độ điện tích mặt σ_{tot} như nhau trên toàn mặt cầu. Do đó điện trường ở bên ngoài của quả cầu bằng điện trường của một điện tích điểm đặt tại O với điện tích $Q_{tot} = Q + Q_b$, cụ thể là: $\vec{E}(r, \theta, \varphi) = \vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{tot}}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi R^2 \sigma_{tot}}{r^3} \vec{r} = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma_{tot} \left(\frac{R}{r} \right)^2 \frac{\vec{r}}{r} (**)$ Vì điện trường chỉ phụ thuộc vào r. + Theo công thức trong đề bài thì mật độ điện tích liên kết (phân cực) ở bề mặt của hai chất điện môi tiếp xúc với quả cầu lần lượt là: $\sigma_{b1} = \vec{n} \cdot \vec{P}_1 = -(\epsilon_1 - 1)\epsilon_0 E(R) = -(\epsilon_1 - 1)\sigma_{tot}; \quad \sigma_{b2} = \vec{n} \cdot \vec{P}_2 = -(\epsilon_2 - 1)\epsilon_0 E(R) = -(\epsilon_2 - 1)\sigma_{tot}$ Trong đó $\vec{n} = -\frac{\vec{r}}{r}$, hướng vào tâm quả cầu (hay hướng ra ngoài lớp điện môi).	 Hình 1	0,25
	Khi đó mật độ các điện tích tự do trên phần mặt cầu tiếp giáp với hai chất điện môi lần lượt là: $\sigma_{f1} = \sigma_{tot} - \sigma_{b1} = \epsilon_1 \sigma_{tot}; \quad \sigma_{f2} = \sigma_{tot} - \sigma_{b2} = \epsilon_2 \sigma_{tot}, \quad 2\pi R^2 (\sigma_{f1} + \sigma_{f2}) = Q$, suy ra:	0,25	
	$\sigma_{tot} = \frac{Q}{2\pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)}; \quad \vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\epsilon_0 (\epsilon_1 + \epsilon_2)} \frac{Q}{r^2} \vec{r} & r \geq R \\ 0 & 0 < r < R \end{cases}$ $\sigma_{f1} = \frac{\epsilon_1 Q}{2\pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)}; \sigma_{f2} = \frac{\epsilon_2 Q}{2\pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)};$ $\sigma_{b1} = -\frac{(\epsilon_1 - 1)Q}{2\pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)}; \sigma_{b2} = -\frac{(\epsilon_2 - 1)Q}{2\pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)}$	0,25	

Câu	Nội dung	Điểm
2b	Áp dụng $P = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon_0 \epsilon}$, áp suất tĩnh điện trên bề mặt hai nửa bán cầu trong môi trường điện môi $P_i = \frac{1}{2} \frac{\sigma_i^2}{\epsilon_0 \epsilon_i} = \frac{1}{2 \epsilon_i \epsilon_0} \left[\frac{\epsilon_i Q}{2 \pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)} \right]^2$, với $i=1,2$. Vì $\epsilon_1 > \epsilon_2 \Rightarrow P_1 > P_2$ và áp suất này sẽ đẩy quả cầu về phía môi trường có hằng số điện môi lớn hơn. Lực tác dụng lên yếu tố diện tích $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$ bằng $d\vec{F} = P dS \vec{r}$, với $i=1$ nếu $\theta > \frac{\pi}{2}$; $i=2$ nếu $\theta < \frac{\pi}{2}$ (Hình 2).  Hình 2	0,25
	Lực tổng hợp tác dụng lên nửa mặt cầu bên trên (chỉ có thành phần z là có đóng góp) là: $\vec{F}_2 = \vec{z} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta R^2 \sin \theta \cos \theta \frac{1}{2 \epsilon_0 \epsilon_2} \left[\frac{\epsilon_2 Q}{2 \pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)} \right]^2 = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{\epsilon_2 Q^2}{2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 R^2} \vec{z}$ $\vec{z}$ là véc tơ đơn vị của trục z. Như vậy lực này hướng lên trên.	0,25
	Tương tự lực toàn phần tác dụng lên nửa mặt cầu bên dưới là: $\vec{F}_1 = \vec{z} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta R^2 \sin \theta \cos \theta \frac{1}{2 \epsilon_0 \epsilon_1} \left[\frac{\epsilon_1 Q}{2 \pi R^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)} \right]^2 = - \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{\epsilon_1 Q^2}{2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 R^2} \vec{z}$ Vậy lực điện tác dụng lên quả cầu dẫn là: $\vec{F}_{tot} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = - \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) Q^2}{2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 R^2} \vec{z}.$	0,25
2c	Quả cầu ở trạng thái cân bằng, 1/2 thể tích của nó chìm trong nước, thì lực điện $\vec{F}_{tot}$ cộng trọng lực bằng lực đẩy Archimedes, ta có: $\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2) Q^2}{2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 R^2} + \frac{4 \pi R^3}{3} \rho g = \frac{2 \pi R^3}{3} (\rho_1 + \rho_2) g,$ $Q = \sqrt{\frac{16 \pi^2 \epsilon_0 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 (\rho_1 + \rho_2 - 2 \rho) g R^5}{3 (\epsilon_1 - \epsilon_2)}}.$	0,25
Câu IV (4,0 điểm)		
1	Ta xem xét ảnh hưởng của sự suy giảm năng lượng đến quãng đường mà tín hiệu truyền được trong sợi quang. Năng lượng của một xung do nguồn phát ra $E_o = \frac{P}{S}$. Đóng góp vào xung đi vào lõi chỉ cho bởi các tia chịu phản xạ toàn phần ở lớp vỏ (hình vẽ) hoặc đi thẳng tới đầu ra. Góc θ cực đại mà tia sáng bị phản xạ toàn phần có thể tính được dựa vào điều kiện phản xạ toàn phần của tia sáng sau khi khúc xạ vào trong lõi rồi phản xạ toàn phần tại bề mặt ngăn cách giữa lớp lõi và lớp vỏ $\sin \beta \geq \frac{n_2}{n_1}$, với $\beta = 90^\circ - \varphi.$ Mặt khác $\frac{\sin \theta}{\sin \varphi} = n_1 \rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta}{n_1} \right)^2}.$ 	
	Từ các phương trình trên suy ra : $\sin \alpha = \cos \varphi = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta}{n_1} \right)^2} \geq \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \sin \theta \leq \sqrt{n_1^2 - n_2^2}.$	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	Với các giá trị của n_1 và n_2 ta tìm được $\theta \leq \theta_m$ với $\sin \theta_m = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{1,475^2 - 1,46^2} \rightarrow \theta_m \approx 12^\circ$.	0,25
	Mặt khác, ta có thể tìm được góc trông lõi sợi quang từ nguồn là θ_s với $\tan\left(\frac{\theta_s}{2}\right) = \frac{r}{d} = 1 \rightarrow \frac{\theta_s}{2} = 45^\circ \rightarrow \theta_s = 90^\circ$.	0,25
	$\theta_m < \theta_s / 2$, tức là góc mở giới hạn chùm tia sáng tới lõi sợi quang sao cho các tia sáng khúc xạ vào lõi của sợi và phản xạ toàn phần tại mặt phân cách giữa lõi và vỏ nhỏ hơn góc trông sợi quang từ vị trí của nguồn. Do đó, góc khối giới hạn chùm tia sáng tới lõi sợi quang cho các tia sáng khúc xạ vào lõi của sợi và phản xạ toàn phần tại mặt phân cách giữa lõi và vỏ là $\Omega \leq 2\pi(1 - \cos \theta_m)$	0,25
	Với $\theta_m \leq \theta_s / 2$ ta được $\Omega \leq 2\pi\left(1 - \sqrt{1 - n_1^2 + n_2^2}\right)$. Chú ý: Nếu $\theta_m \geq 45^\circ$ thì ta phải dùng góc 45° thay cho θ_m .	0,25
	Năng lượng của xung đi vào lõi là : $E_{in} = \frac{\Omega}{4\pi} \frac{P}{S} = \frac{1 - \sqrt{1 - n_1^2 + n_2^2}}{2} \frac{P}{S}$.	0,25
	Để cảm biến ghi nhận được tín hiệu, năng lượng của nó sau khi đi được quãng đường L là E_{out} phải thỏa mãn $E_{out} = E_{in} \cdot 10^{-\alpha L} \geq E_d$, hay $S \leq \frac{P(1 - \sqrt{1 - n_1^2 + n_2^2})}{2E_d 10^{-\alpha L}}$	0,25
	Thay số ta được : $S \leq \frac{10^{-3} \left(1 - \sqrt{1 - 1,475^2 + 1,46^2}\right)}{2 \cdot 10^{-15} \cdot 10^{(0,02 \cdot 200)}} \approx 1,113 \cdot 10^6$ b/s hay $S_{\max} \approx 1$ Mb/s.	0,25
2	Ta khảo sát ảnh hưởng của sự mở rộng xung lên quãng đường mà tín hiệu truyền được trong sợi quang. Thời gian tối thiểu để tia sáng đi hết quãng đường dài L dọc theo trục sợi là $t_{\min} = \frac{Ln_1}{c}$.	0,25
	Ngược lại, các tia sáng đi dưới góc cực đại θ_m (thỏa mãn $\cos \beta_m = \frac{n_2}{n_1}$) chịu phản xạ toàn phần, sẽ chuyển động với thời gian cực đại là $t_{\max} = \frac{L}{\frac{c \cos \beta_m}{n_1}} = \frac{Ln_1^2}{cn_2}$.	0,25
	Chênh lệch thời gian truyền này chính là độ mở rộng của xung : $\Delta t = t_{\max} - t_{\min} = \frac{Ln_1^2}{cn_2} - \frac{Ln_1}{n_2} = \frac{Ln_1}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$. (trong tính toán này ta bỏ qua thời gian truyền từ nguồn đến sợi quang.)	0,25
	Để thông tin truyền đi không bị lỗi thì xung không bị mở rộng ra gấp đôi, $\Delta t \leq \frac{1}{S}$, điều này dẫn tới: $S \leq \frac{cn_2}{Ln_1(n_1 - n_2)} \rightarrow S \leq \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 1,46}{200 \cdot 10^3 \cdot 1,475 \cdot (1,475 - 1,46)} \approx 98983,1$ b/s hay $S_{\max} \approx 0,1$ Mb/s.	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
3a	Nếu cho vào hai sợi quang hai sóng giống nhau có cùng biên độ và cùng pha. Do tính đối xứng, sóng đi ra khỏi hai sợi giống nhau và do bảo toàn năng lượng nên các biên độ của chúng bằng biên độ lúc đi vào mỗi sợi. Sóng đi ra khỏi một sợi bằng tổng của sóng còn lại ở chính sợi đó cộng với sóng rẽ nhánh từ sợi kia sang. Nếu chỉ có một sóng đi vào một sợi với biên độ A thì do bảo toàn năng lượng, biên độ của mỗi thành phần đi ra ở hai sợi bằng $A/\sqrt{2}$. Như vậy sóng tổng hợp đi ra là: $\frac{A}{\sqrt{2}}[\sin \omega t + \sin(\omega t + \varphi)] = \sqrt{2}A \sin(\omega t) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$, φ là độ lệch pha của hai sóng đi trong mỗi sợi quang.	0,25
	Biên độ của sóng tổng hợp đi ra khỏi sợi là $\sqrt{2}A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$, theo bảo toàn năng lượng thì $\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \varphi = 90^\circ$.	0,25
3b	Độ lệch pha sau khi đi qua hai lớp tiếp xúc là 180°, điều kiện cực tiểu trong sợi 1 là $\Delta l = k\lambda$, với k là số nguyên. Ta có $k = \frac{\Delta l}{\lambda} \rightarrow \frac{\Delta l}{\lambda_{\max}} \leq k \leq \frac{\Delta l}{\lambda_{\min}}$,	0,25
	Thay số tìm được $\frac{30}{0,66} \leq k \leq \frac{30}{0,61} \rightarrow 45,4 \leq k \leq 49,2$, $\rightarrow k = 46, 47, 48, 49 \rightarrow \lambda = \frac{\Delta l}{k} \rightarrow \lambda = 612 \text{ nm}; 625 \text{ nm}; 638 \text{ nm}; 652 \text{ nm}.$	0,25
Câu V (4,0 điểm)		
1	Ký hiệu p, E và p', E' là động lượng, năng lượng tổng cộng của hệ trước phản ứng trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm S và hệ quy chiếu khối tâm S'; v là tốc độ của hệ quy chiếu khối tâm S' đối với hệ quy chiếu phòng thí nghiệm S Ta có $p = \gamma \left(p' + \frac{E' v}{c} \right); \frac{E}{c} = \gamma \left(\frac{E'}{c} + p' \frac{v}{c} \right)$ với $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}, \beta = v/c$. Để động năng của K^- nhỏ nhất mà phản ứng trên xảy ra thì khi xét trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm các hạt sau phản ứng đứng yên. Ta có $p' = 0 \rightarrow E' = \frac{E}{\gamma}; \vec{v} = \frac{c^2 \vec{p}}{\gamma E'} = \frac{c^2}{E} \vec{p}$; $\sqrt{E'^2 - p'^2 c^2} = \sqrt{E^2 - p^2 c^2} = mc^2 \rightarrow E' = \sqrt{E^2 - p^2 c^2}$ hay $E = \sqrt{E'^2 + p^2 c^2}$ Trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm, năng lượng tổng cộng của hệ sau phản ứng (E'_s) phải thỏa mãn $E'_s \geq (m_{K^0} + m_{K^+} + m_{\Omega^-}) c^2$,	0,25
	Do bảo toàn năng lượng nên năng lượng của hệ trước phản ứng trong hệ quy chiếu gắn với khối tâm (E') cũng phải thỏa mãn $E' \geq (m_{K^0} + m_{K^+} + m_{\Omega^-}) c^2$; với $E' = \sqrt{E^2 - p_{K^-}^2 c^2} = \sqrt{[T + m_{K^-} c^2 + m_p c^2]^2 - p_{K^-}^2 c^2}$ $\rightarrow \sqrt{(T + (m_{K^-} + m_p) c^2)^2 - p_{K^-}^2 c^2} \geq (m_{K^0} + m_{K^+} + m_{\Omega^-}) c^2$ $\rightarrow T^2 + 2T(m_{K^-} + m_p) c^2 + (m_{K^-} + m_p)^2 c^4 - p_{K^-}^2 c^2 \geq (m_{K^0} + m_{K^+} + m_{\Omega^-})^2 c^4$ $\rightarrow 2Tm_p c^2 + T^2 + 2Tm_{K^-} c^2 - p_{K^-}^2 c^2 \geq (m_{K^0} + m_{K^+} + m_{\Omega^-})^2 c^4 - (m_{K^-} + m_p)^2 c^4$	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	Với chú ý $p_{K^-}^2 c^2 = E_{K^-}^2 - m_{K^-}^2 c^4 = (T + m_{K^-} c^2)^2 - m_{K^-}^2 c^4 = T^2 + 2Tm_{K^-} c^2$ $\rightarrow T \geq \frac{\left[(m_{K^0} + m_{K^+} + m_{\Omega^-})^2 - (m_{K^-} + m_p)^2 \right] c^2}{2m_p}.$ $\rightarrow T_{\min} = \frac{\left[(m_{K^0} + m_{K^+} + m_{\Omega^-})^2 - (m_{K^-} + m_p)^2 \right] c^2}{2m_p}.$	0,25
	Thay số thu được : $T_{\min} = \frac{\left[(498 + 494 + 1675)^2 - (494 + 938)^2 \right]}{2.938} \approx 2698,44 \text{ MeV}.$	0,25
2	Khi động năng của hạt K^- là $T_{\min} = 2698,44 \text{ MeV}$ thì động lượng của nó là $p_{\min} = \frac{\sqrt{(T_{\min} + m_{K^-} c^2)^2 - m_{K^-}^2 c^4}}{c} = \frac{\sqrt{(2698,44 + 494)^2 - 494^2}}{c} \approx 3154 \frac{\text{MeV}}{c}.$	0,25
	Tốc độ hệ quy chiếu quán tính S' đối với hệ quy chiếu S là $v = \frac{c^2 p}{E} = c \frac{pc}{m_p c^2 + \sqrt{m_{K^-}^2 c^4 + (pc)^2}} \approx 0,764c.$	0,25
	Tốc độ của hạt Ω^- trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm bằng $0,764c$. Quãng đường hạt Ω^- chuyển động được cho tới khi phân rã là : $l = v.t = v \frac{t}{\sqrt{1-\beta^2}}$	0,25
	Thay số ta được : $l = 0,764.3.10^8 \frac{1,3.10^{-10}}{\sqrt{1-0,764^2}} \approx 4,62 \text{ cm}.$	0,25
3a	Xét hệ quy chiếu Σ gắn với hạt K^0 đang chuyển động trong phòng thí nghiệm với vận tốc $\vec{v}$. Vector động lượng và năng lượng của hai hạt pion trung hòa π trong hệ quy chiếu Σ lần lượt là $\vec{p}'_1; \vec{p}'_2$ và $E'_1; E'_2$. Định luật bảo toàn động lượng và năng lượng trong hệ quy chiếu Σ $\vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = 0 \rightarrow \vec{p}'_1 = -\vec{p}'_2 \text{ và } E'_1 + E'_2 = m_{K^0} c^2.$ Mặt khác $E'_1 + E'_2 = m_{K^0} c^2 \rightarrow E'_1 = E'_2 = \frac{m_{K^0} c^2}{2} \rightarrow p'_1 = p'_2 = \frac{1}{c} \sqrt{E'^2_1 - m_{\pi}^2 c^4} = \frac{c}{2} \sqrt{m_{K^0}^2 - 4m_{\pi}^2}.$	0,25
	Dựa vào biến đổi của năng lượng và các thành phần của động lượng của một hạt khi chuyển từ hệ Σ sang hệ quy chiếu phòng thí nghiệm $E_1 = \gamma(E'_1 + p'_1 \cos \theta'_1 v) \rightarrow E_1 = \gamma \left(\frac{m_{K^0} c^2}{2} + \frac{c \sqrt{m_{K^0}^2 - 4m_{\pi}^2} v}{2} \cos \theta'_1 \right)$	0,25
	từ biểu thức trên suy ra động năng của hạt pion trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm lớn nhất bằng $E_{1\max} = \gamma \left(\frac{m_{K^0} c^2}{2} + \frac{cv \sqrt{m_{K^0}^2 - 4m_{\pi}^2}}{2} \right)$ Hạt K^0 đang chuyển động trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm với động năng bằng $T = 330 \text{ MeV} \text{ thì tốc độ của nó là } v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_{K^0} c^2}{T + m_{K^0} c^2} \right)^2} \approx 0,7989c \rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{138}{83}.$	0,25
	$\rightarrow E_{1\max} = \gamma \left(\frac{m_{K^0} c^2}{2} + \frac{cv \sqrt{m_{K^0}^2 - 4m_{\pi}^2}}{2} \right) = \frac{138}{83} \left(\frac{498}{2} + \frac{0,7989 \sqrt{498^2 - 4.135^2}}{2} \right) \approx 691,91 \text{ MeV}.$ $\rightarrow T_{1\max} = E_{1\max} - E_{01} = E_{1\max} - m_{\pi} c^2 = 691,91 - 135 = 556,91 \text{ MeV}.$	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
3b	Dựa vào biến đổi của các thành phần của động lượng của một hạt pion khi chuyển từ hệ quy chiếu Σ sang hệ quy chiếu phòng thí nghiệm $p_1 \cos \theta_1 = \gamma(p'_1 \cos \theta'_1 + \frac{\beta}{c} E'_1), \quad p_1 \sin \theta_1 = p'_1 \sin \theta'_1, \text{ trong đó : } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \beta = \frac{v}{c}.$	0,25
	Từ đó tìm được: $\tan \theta_1 = \frac{p'_1 \sin \theta'_1}{\gamma(p'_1 \cos \theta'_1 + \frac{\beta}{c} E'_1)} = \frac{\sin \theta'_1}{\gamma(\cos \theta'_1 + \frac{\beta}{c} \frac{E'_1}{p'_1})} = \frac{\sin \theta'_1}{\gamma(\cos \theta'_1 + \frac{\beta}{\beta'_1})},$ trong đó $\beta'_1 = \frac{cp'_1}{E'_1} = \frac{c \frac{c}{2} \sqrt{m_{K^0}^2 - 4m_\pi^2}}{\frac{m_{K^0} c^2}{2}} = \frac{\sqrt{m_{K^0}^2 - 4m_\pi^2}}{m_{K^0}} \frac{\sqrt{498^2 - 4.135^2}}{498} \approx 0,84.$	0,25
	Để tìm giá trị lớn nhất của θ_1 ta xét : $\frac{d(\tan \theta_1)}{d\theta'_1} = \frac{1 + \cos \theta'_1 \frac{\beta}{\beta'_1}}{\gamma \left(\cos \theta'_1 + \frac{\beta}{\beta'_1} \right)^2}, \quad \frac{d(\tan \theta_1)}{d\theta'_1} = \frac{1 + \cos \theta'_1 \frac{\beta}{\beta'_1}}{\gamma \left(\cos \theta'_1 + \frac{\beta}{\beta'_1} \right)^2} = 0 \rightarrow \cos \theta'_1 = -\frac{\beta'_1}{\beta},$ - Với trường hợp $u = 0,8c$ thì $\beta = \frac{v}{c} = \frac{u}{c} = 0,8$ trong khi đó $\beta'_1 \approx 0,84$, Do đó $\cos \theta'_1 = -\frac{\beta'_1}{\beta} = -\frac{0,84}{0,8} < -1$, điều này không thể xảy ra được. Tuy nhiên, ta có thể nhận thấy khi $\theta'_1 \rightarrow \pi \rightarrow \cos \theta'_1 = -1 \rightarrow \theta_1 \rightarrow \pi$, tức là góc $\theta_{1\max} = \pi$. Như vậy trong trường hợp này, góc hợp bởi phương chuyển động của một trong hai pion với phương chuyển động của K^0 trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm lớn nhất là 180° .	0,25
	Với trường hợp $u = 0,9c$ thì $\beta = \frac{v}{c} = \frac{u}{c} = 0,9$; $\gamma = \sqrt{1-\beta^2} = 2,294$; $\cos \theta'_1 = -\frac{\beta'_1}{\beta} = -\frac{0,84}{0,9}$ $\rightarrow \tan \theta_1 = \frac{\sin \theta'_1}{\gamma(\cos \theta'_1 + \frac{\beta}{\beta'_1})} = \frac{\sqrt{1-\cos^2 \theta'_1}}{\gamma(\cos \theta'_1 + \frac{\beta}{\beta'_1})} \rightarrow \tan \theta_{1\max} = \frac{\sqrt{1-\frac{\beta'^2_1}{\beta^2}}}{\gamma \left(-\frac{\beta'_1}{\beta} + \frac{\beta}{\beta'_1} \right)} = \frac{\beta'_1}{\gamma \sqrt{\beta^2 - \beta'^2_1}}$ $\rightarrow \tan \theta_{1\max} = \frac{0,84}{2,294 \sqrt{0,9^2 - 0,84^2}} \approx 1,133 \rightarrow \theta_1 \approx 48,6^\circ.$	0,25

----- HẾT -----