

KỶ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC NĂM 2022

Ngày thi thứ nhất: 26/4/2022

Câu 1:

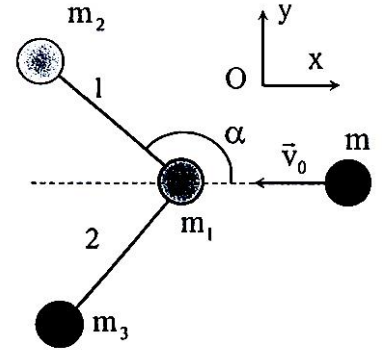
Cho cơ hệ gồm 3 quả cầu nhỏ: $m_1 = 1\text{kg}$, $m_2 = 2\text{kg}$ và $m_3 = 3\text{kg}$ được nối với nhau bằng thanh cứng 1 và thanh cứng 2 có khối lượng không đáng kể, cùng chiều dài $\ell = 40\text{cm}$. Thanh 1 và thanh 2 có thể quay tự do không ma sát quanh khớp nối gắn trên vật m_1 . Cơ hệ được đặt nằm yên trên một mặt bàn phẳng nằm ngang. Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình 1a, ban đầu thanh 1 và thanh 2 vuông góc với nhau và thanh 1 hợp với phương Ox một góc α . Bỏ qua ma sát của các vật với mặt bàn, kích thước các quả cầu, thời gian va chạm. Xét các trường hợp sau:

1. Một quả cầu nhỏ $m = 2\text{kg}$ chuyển động trên mặt bàn với tốc độ $v_0 = 20\text{m/s}$, ngược chiều với Ox đến va chạm hoàn toàn mềm và dính vào vật m_1 (Hình 1a).

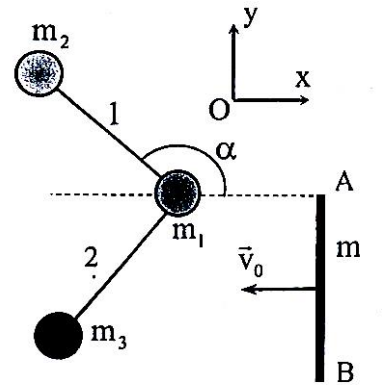
a) Khi $\alpha = 5\pi/6$, hãy tính vận tốc góc của thanh 1 và thanh 2 ngay sau khi m va chạm với m_1 .

b) Hãy tìm giá trị α để ngay sau khi m va chạm với m_1 tốc độ góc của hai thanh bằng nhau. Tìm vận tốc của m_1 khi đó.

2. Một thanh cứng AB đồng chất, tiết diện đều, khối lượng $m = 2\text{kg}$, chiều dài $\ell = 40\text{cm}$, vuông góc với Ox, chuyển động tịnh tiến không ma sát trên mặt bàn với tốc độ $v_0 = 20\text{m/s}$ ngược chiều với Ox, sao cho đầu A va chạm hoàn toàn đàn hồi với quả cầu m_1 (Hình 1b). Cho $\alpha = 5\pi/6$, tính vận tốc góc của thanh AB, thanh 1 và thanh 2 ngay sau va chạm.



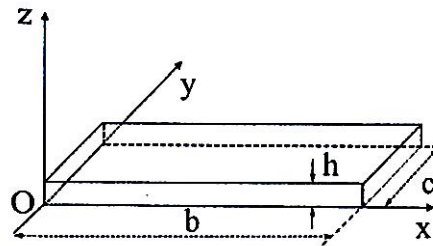
Hình 1a.



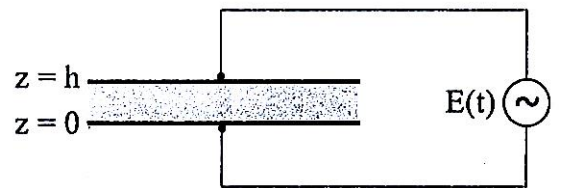
Hình 1b.

Câu 2:

Sự xuất hiện điện thế giữa hai mặt đối diện của một vại tinh thể (ví dụ tinh thể thạch anh) khi làm biến dạng (nén hoặc giãn) tinh thể theo phương vuông góc với các mặt gọi là hiệu ứng áp điện thuận. Ngược lại, khi đặt một hiệu điện thế vào hai mặt tinh thể thì tinh thể bị biến dạng (hiệu ứng áp điện nghịch). Các tính chất như thế gọi là tính áp điện. Chính vì vậy, khi đặt một điện áp xoay chiều vào hai bề mặt đối diện của tấm tinh thể thì tấm sẽ liên tục co giãn làm xuất hiện sóng cơ. Hiệu ứng áp điện áp có tính thuận nghịch.



Hình 2a.



Hình 2b.

Cho một tấm áp điện làm bằng thạch anh đặt trong hệ trục tọa độ Oxyz. Tấm có chiều dài b , chiều rộng c và bề dày h (Hình 2a). Các mặt có tọa độ $z = 0$ và $z = h$ được phủ kim loại mỏng để làm các điện cực. Giữa các điện cực người ta đặt điện áp xoay chiều tạo ra điện trường kích thích biến thiên điều hòa $E(t) = E_0 \cos \omega t$ (Hình 2b). Trong bài toán này chỉ xét quá trình dao động và truyền sóng dọc theo trục Ox. Để đặc trưng cho dao động cơ của tấm, người ta đưa vào

hai đại lượng đặc trưng là ứng suất $T(x, t)$ và độ biến dạng tỉ đối $\delta(x, t) = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$. Mối liên hệ điện –

cơ của tấm được biểu diễn bằng hệ phương trình áp điện như sau:

$$\begin{cases} \delta(x, t) = \left(\frac{1}{Y} \right) T(x, t) + sE(t) \\ \sigma(x, t) = sT(x, t) + \epsilon_0 \epsilon E(t) \end{cases} \quad (1)$$

Với Y là suất Young của vật liệu áp điện; s là hệ số phụ thuộc vào hình dạng và chất cấu tạo nên tấm (còn gọi là hệ số áp điện); ϵ_0 là hằng số điện; ϵ là hằng số điện môi của vật liệu áp điện; $\sigma(x, t)$ là mật độ điện tích mặt trên tấm nơi có hai điện cực.

Vật liệu thạch anh có: $Y = 7,87 \cdot 10^{10} \text{N/m}^2$; $s = 2,25 \cdot 10^{-12} \text{m/V}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$; $\epsilon = 4,58$; khối lượng riêng $\rho = 2,65 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$.

1. Biết tốc độ truyền sóng v trong thanh có biểu thức $v = (\epsilon_0 \epsilon)^{\alpha} S^{\beta} Y^{\gamma} \rho^{\eta}$ Bằng phương pháp thứ nguyên, hãy xác định $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ và tính giá trị tốc độ truyền sóng trong thanh.

2. Biết phương trình sóng trong thanh theo trục Ox có biểu thức:

$$u(x, t) = u_0 \sin \left(\frac{\omega}{v} \left(x - \frac{b}{2} \right) \right) \cos(\omega t + \varphi) \text{ với } (0 \leq x \leq b) \quad (2)$$

Trong đó $u_0 > 0$ là hằng số, φ được xác định từ điều kiện biên khi $x = 0$ và $x = b$. Tìm biểu thức mật độ điện tích mặt $\sigma(x, t)$. Cho biết độ biến dạng tỉ đối $\delta(x, t)$ có thể xác định thông qua chương trình sóng: $\delta(x, t) = u'_x(x, t)$ với $u'_x(x, t)$ là đạo hàm riêng cấp 1 của $u(x, t)$ theo x .

3. Người ta đã xác định được biểu thức điện tích xuất hiện trên bề mặt của tấm nơi có điện cực như sau:

$$Q(t) = \left[1 + k_p^2 \left(\frac{2v}{\omega b} \tan \left(\frac{\omega b}{2v} \right) - 1 \right) \right] D_0 \cdot h \cdot E(t) \quad (3)$$

Hãy xác định D_0 và k_p (k_p được gọi là hệ số liên kết điện – cơ)

4. Trong trường hợp điện trường kích thích là điện trường đều $E(t) = E_0$, từ biểu thức (3) hãy nhận xét ý nghĩa của hằng số D_0 .

Cho biết: Cho hàm số gồm hai biến $F(x, y)$, người ta định nghĩa đạo hàm riêng cấp 1 của $F(x, y)$ theo x kí hiệu: $F'_x(x, y)$ thì ta xem x như biến số để lấy đạo hàm cấp 1 và y xem như hằng số. Tương tự đạo hàm riêng với y .

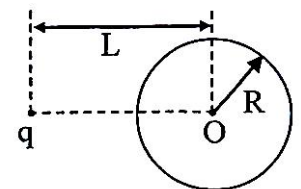
Câu 3:

Phương pháp ảnh điện được sử dụng nhiều trong tính toán điện trường, điện thế gây bởi tương tác của một điện tích điểm và một vật dẫn. Trong phương pháp này, khi đặt một điện tích điểm q gần bề mặt một vật dẫn sẽ làm phân bố lại các điện tích trên bề mặt vật dẫn (điện tích cảm ứng). Việc tính toán tương tác giữa điện tích điểm q và điện tích cảm ứng trên vật dẫn là rất phức tạp nên bằng việc thay thế các điện tích cảm ứng trên vật dẫn bằng một điện tích điểm tương đương q' mà vẫn đảm bảo các phân bố điện trường và điện thế của hệ vật trong không gian gọi là phương pháp ảnh điện. Trong phần này ta sử dụng phương pháp ảnh điện

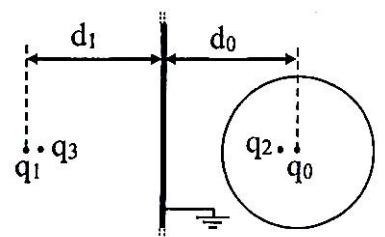
1. Một điện tích điểm mang điện tích q đặt gần một quả cầu kim loại bán kính R và nằm cách tâm quả cầu một khoảng L (Hình 3a). Điện tích q và quả cầu được giữ cố định và nằm trong không khí. Hãy tìm lực điện tương tác giữa điện tích điểm q và quả cầu trong các trường hợp sau:

- Quả cầu được nối đất.
- Quả cầu luôn được giữ ở điện thế không đổi V_0 .
- Quả cầu được tích điện với điện tích Q .

2. Một quả cầu kim loại bán kính R có điện thế V không đổi (so với đất) đặt ở gần một tấm kim loại phẳng rộng vô hạn, tâm quả cầu cách tấm một khoảng d_0 . Quả cầu và tấm được giữ cố định như hình 3b, tấm được nối đất (điện thế bằng không). Hệ gồm quả cầu và tấm được đặt trong không khí. Bỏ qua tác động của môi trường. Để xác định lực điện tương tác giữa quả cầu và tấm kim loại, ta tính toán từng bước như sau:



Hình 3a.



Hình 3b.

a) Ban đầu chưa xét đến ảnh hưởng của tấm kim loại, quả cầu có điện thế V tương đương như một điện tích điểm mang điện tích q_0 nằm tại tâm quả cầu. Xác định q_0 theo V và R .

b) Khi có ảnh hưởng của tấm kim loại, ảnh điện của q_0 qua tấm là q_1 . Do tấm nối đất nên điện tích ảnh q_1 phải có giá trị sao cho sự kết hợp giữa điện tích q_0 và q_1 làm cho bề mặt của tấm có điện thế vẫn bằng không. Xác định giá trị q_1 và khoảng cách d_1 từ vị trí điện tích ảnh q_1 đến tấm.

c) Sự có mặt của điện tích q_1 bây giờ làm cho điện thế quả cầu không còn là V , để điện thế trên bề mặt quả cầu bằng V cần có mặt của điện tích điểm q_2 bên trong quả cầu (là ảnh của q_1). Xác định giá trị q_2 và khoảng cách d_2 từ vị trí điện tích q_2 đến tấm.

d) Tương tự xác định giá trị q_3 và khoảng cách d_3 ứng với điện tích q_3 là ảnh của q_2 , điện tích q_4 và khoảng cách d_4 ứng với điện tích q_4 là ảnh của q_3 . Rút ra biểu thức tổng quát liên hệ giữa d_{2n} và $d_{2(n+1)}$, q_{2n} và $q_{2(n+1)}$, $q_{2(n+1)+1}$ và $q_{2(n+1)+2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

đ) Tìm biểu thức lực điện tương tác giữa quả cầu và tấm kim loại dưới dạng tổng vô hạn các số hạng.

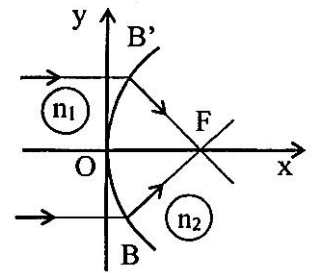
e) Cho biết khi $R = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{m}$, $d_0 = 5,0 \cdot 10^{-8} \text{m}$ và quả cầu có điện thế $V = V_0$ thì lực điện tương tác giữa quả cầu và tấm kim loại là $F = 1,1 \cdot 10^{-12} \text{N}$. Hãy tìm lực điện tương tác giữa quả cầu và tấm kim loại khi $V = 2V_0$, $R = 1,0 \text{m}$, $d_0 = 5,0 \text{m}$.

g) Cho tỉ số $d_0/R = 51$, cần phải giữ lại ít nhất những số hạng nào trong biểu thức lực điện tương tác để khi tính toán lực sẽ có sai số tương đối nhỏ hơn 1%. Trong trường hợp đó, ước tính sai số tương đối mắc phải do việc bỏ qua các số hạng còn lại.

Câu 4:

Trong bài này, các môi trường đều trong suốt, đồng tính và đẳng hướng. Không khí có chiết suất bằng 1. Chùm tia sáng tới là đơn sắc, song song với trục Ox và được xuất phát từ một vật ở xa vô cùng. Xét các trường hợp sau:

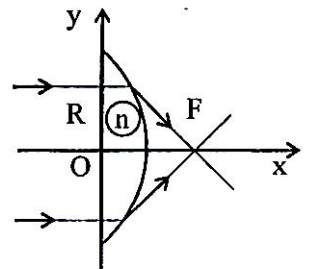
1. Cho một mặt tròn xoay có trục đối xứng Ox và vuông góc với trục Ox tại O . Mặt tròn xoay này phân cách hai môi trường có chiết suất tương ứng là n_1 và n_2 . Xét một chùm tia sáng tới nằm trong môi trường có chiết suất n_1 chiếu đến mặt phân cách giữa hai môi trường (hình 4a). Sau khi khúc xạ qua mặt cong, các tia khúc xạ luôn cắt trục Ox tại một điểm cố định F . Biết $OF = f$, hãy viết phương trình của đường sinh BB' của mặt tròn xoay trong hệ tọa độ Oxy trong mối quan hệ với các đại lượng f , n_1 , n_2 . Nhận xét về hình dạng của đường sinh trong trường hợp



Hình 4a.

$n_1 > n_2$ và $n_1 < n_2$. Áp dụng khi $n_2 = \frac{3}{2}n_1$.

2. Xét một khối chất trong suốt có chiết suất $n = 1,5$ được giới hạn bởi một mặt phẳng và một mặt cong nằm trong môi trường không khí. Phần mặt cong là một mặt tròn xoay có trục đối xứng Ox . Phần mặt phẳng của khối chất là hình tròn có bán kính $R = 5 \text{cm}$ có tâm nằm trên trục Ox . Một chùm sáng đơn sắc song song với Ox , vuông góc với mặt phẳng của khối chất. Sau khi qua khối chất, tia khúc xạ có phương cắt nhau tại một điểm cố định F .



Hình 4b.

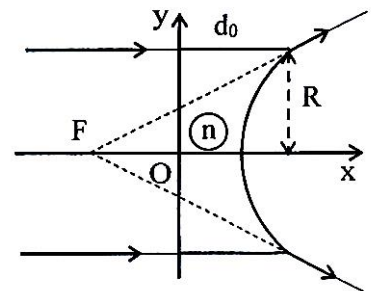
a) Mặt cong của khối chất là mặt cong lõm (Hình 4b). Biết $OF = 12 \text{cm}$, tính độ dày lớn nhất của khối chất trên.

b) Mặt cong của khối chất là mặt cong lồi (Hình 4c). Biết $OF = 15 \text{cm}$, độ dày tại rìa của khối chất là $d_0 = 2 \text{cm}$. Tìm độ dày nhỏ nhất của khối chất.

Cho biết:

- Ánh sáng đơn sắc truyền một quãng đường d trong môi trường có chiết suất n có quang trình là $L = nd$.

- Các tia sáng xuất phát từ một vật cùng một thời điểm, nếu tạo ảnh sau khi đi qua một quang hệ thì quang trình của các tia sáng truyền từ vật đến ảnh là như nhau.



Hình 4c.

Câu 4. Các hiện tượng tán sắc và hấp thụ ánh sáng truyền qua môi trường là hiện tượng mà chiết suất và hệ số hấp thụ của môi trường phụ thuộc vào tần số của ánh sáng tới. Theo thuyết electron, hiện tượng

này là kết quả tương tác giữa electron trong phân tử của môi trường với trường điện từ của sóng ánh sáng. Bản chất của các hiện tượng trên có thể được làm rõ dựa trên các quan điểm cổ điển. Gọi khối lượng, điện tích của electron tương ứng là m, e . Xét một môi trường có ánh sáng đơn sắc truyền qua liên tục theo một phương xác định, các electron trong môi trường sẽ chịu tác động của trường điện từ gây bởi ánh sáng, giả sử rằng:

- Tốc độ của các electron là đủ nhỏ để có thể bỏ qua tác dụng của từ trường;
- Các phân tử của môi trường có vec tơ phân cực luôn cùng chiều với vectơ cường độ điện trường ngoài;

- Lực tác dụng lên electron trong phân tử theo phương bán kính vec tơ $\vec{r}$ là lực hồi phục $-m\omega_0^2\vec{r}$, ở đây ω_0 là tần số dao động riêng của electron.

- Lực cản $\vec{f}_c$ của môi trường lên electron tỉ lệ bậc nhất với vận tốc $\vec{v}$ của electron: $\vec{f}_c = -m\gamma\vec{v}$, γ là hằng số dương đặc trưng cho sự tắt dần của dao động;

- Thành phần điện của trường điện từ biến đổi điều hòa tần số ω theo thời gian $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t$.

Khi môi trường ở trạng thái ổn định, hãy:

1. Tìm phương trình chuyển động $\vec{r} = \vec{r}(t)$ của electron. Chỉ ra rằng chuyển động của electron phải cùng phương với lực cưỡng bức.

2. Tìm công suất hấp thụ trung bình bởi electron và biểu thức của công suất cực đại. Chứng tỏ rằng miền sóng điện từ bị hấp thụ mạnh nhất là miền cộng hưởng $\omega \approx \omega_0$.

Chúng ta biết rằng dưới tác dụng của điện từ trường thì môi trường bị phân cực, sự phân cực của môi trường được đặc trưng bởi vec tơ phân cực $\vec{P}$ là mômen lưỡng cực của một đơn vị thể tích. Biết rằng chiết suất n của môi trường đối với ánh sáng đơn sắc trên liên hệ với vectơ phân cực bằng biểu thức:

$$\vec{P} = (n^2 - 1)\epsilon_0\vec{E}; \quad n^2 = \epsilon$$

Trong đó ϵ_0 là hằng số điện và ϵ hằng số điện môi của môi trường. Coi mật độ phân tử của môi trường là N và đủ nhỏ, mỗi phân tử chỉ có một electron đóng góp vào sự phân cực.

3. Hãy tìm sự phụ thuộc của $\vec{r}$ và $\vec{E}$, tính trung bình của tích $\vec{r} \cdot \vec{E}$.

Người ta gọi hiện tượng tán sắc là tán sắc thường nếu như chiết suất đồng biến cùng tần số ω của sóng tới và luôn nhỏ hơn 1; hiện tượng tán sắc là tán sắc dị thường nếu như chiết suất nghịch biến cùng ω và xung quanh giá trị ω_0 nó có thể bằng 1, lớn hơn hay nhỏ hơn 1; nếu như chiết suất không phụ thuộc vào ω thì không có hiện tượng tán sắc.

4. Tìm biểu thức sự phụ thuộc của n^2 vào tần số ω của điện từ trường.

Hãy phân loại tính chất tán sắc và mức độ hấp thụ của môi trường đã xét ứng với các sóng ánh sáng có giá trị tần số sóng điện từ nằm trong 3 miền sau:

a) $\omega \ll \omega_0$ và $\gamma\omega \ll \omega_0^2 - \omega^2$, ứng với các dòng xoay chiều thường dùng trong kỹ thuật.

b) $\omega \gg \omega_0$ và $\gamma\omega \ll \omega_0^2 - \omega^2$, ứng với sóng ánh sáng nhìn thấy, tia Ronghen.

c) Miền sóng điện từ bị hấp thụ mạnh nhất.

Cho biết:

- Theo thời gian, lúc đầu dao động của electron rất phức tạp, sau đó ổn định dần, cuối cùng electron dao động với tần số của ngoại lực và chuyển động cùng phương với ngoại lực. Bởi vậy nghiệm của phương trình vi phân

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + A\frac{d\vec{r}}{dt} + B\vec{r} = \vec{C}\cos\omega t \quad (A, B, \omega \text{ là các hằng số, } \vec{C} \text{ là vec tơ không đổi})$$

phải tìm dưới dạng $\vec{r} = \vec{D}\cos(\omega t + \alpha)$, trong đó $\vec{D}$ và α được xác định qua các hằng số và vec tơ không đổi đã cho.

- Trung bình của hàm tuần hoàn $f(t)$ có chu kì T được tính bởi công thức:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$