

Bài giải

Câu 1. Các phương trình động lực học mô tả chuyển động quay của lò xo 1 được chia thành hai thành phần độc lập: phương trình theo phương OQ dọc trục quay mô tả một lò xo dẫn đều có chiều dài L, độ cứng k, khối lượng m; phương trình của độ giãn theo phương OP vuông góc với trục quay trùng với phương trình mô tả một lò xo cũng có độ cứng k, khối lượng m, chiều dài HB, hết như lò xo 2.

Xét phần nhỏ của lò xo (vẽ đậm):

Theo phương OQ chọn thành Ox: ở điều kiện mất trọng lượng, lò xo giãn đều, các phần tử lò xo ở trạng thái cân bằng, thành phần của lực căng trong lò xo theo Ox không đổi (bằng F_0) với mọi phần lò xo $F_{2x} = F_{1x} = F_0$ phần nhỏ cân bằng theo phương này.

Hình chiếu theo phương Ox của phần lò xo đã chọn có chiều dài Δx và do đó khối lượng của phần lò xo tính bằng

$$\Delta m = \frac{m \Delta x}{L} \quad (1)$$

$$\text{Độ cứng của phần lò xo: } k_i = \frac{m}{\Delta m} k = \frac{\Delta x}{L} k$$

(1)

Lực đàn hồi dọc Ox:

$$F_{1x} = F_{2x} = F_0 = k_i \Delta x = \frac{m}{\Delta m} k \cdot \Delta x \Rightarrow F_0 \Delta m = mk \Delta x \quad (2)$$

Tổng kết quả này trên tổng chiều dài L của lò xo theo Ox, chúng ta có $F_0 = kL$

Theo phương OP chọn thành Oy: lực tổng hợp tác dụng lên phần nhỏ lò xo đã chọn có gia tốc hướng tâm $a = \omega^2 y$, với ω là vận tốc góc của chuyển động quay. PT định luật II Newton cho chuyển động tròn đều:

$$F_{2y} - F_{1y} = \Delta m a_{ht} \Leftrightarrow F_y(y) - F_y(y + \Delta y) = \Delta m a_{ht} \quad (4)$$

Khai triển Taylor hàm $F_y(y + \Delta y) = F_y(y) + \frac{dF_y}{dy} \Delta y + \dots$ thay vào phương trình (4),

$$\text{xem } \Delta y \simeq dy, \Delta x \simeq dx \text{ Viết được } -d(F_y) = \frac{m\omega^2}{L} y \cdot dx \quad (5)$$

$$\text{Mặt khác theo hình: } F_y = F_x \cdot \tan \alpha = F_x \cdot \frac{dy}{dx} = F_0 \cdot y'$$

$$\text{Thay vào (5): } -F_0 d(y') = \frac{m\omega^2}{L} y \cdot dx \Leftrightarrow -\frac{d(y')}{dx} = \frac{m\omega^2}{F_0 L} y$$

$$\Leftrightarrow y'_{(x)} + \Omega^2 y_{(x)} = 0 \text{ với } \Omega = \sqrt{\frac{m\omega^2}{F_0 L}} \quad (6)$$

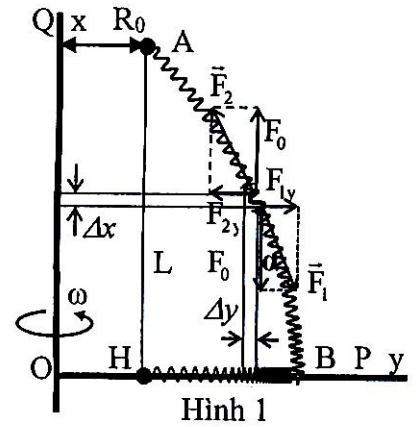
$$\text{Phương trình (6) có nghiệm: } y_{(x)} = A \cos(\Omega x + \varphi) \quad (7)$$

Từ điều kiện $y(0) = OB = A$ và $y(L) = R_0$, chú ý (2) tính được

$$A = OB = \frac{R_0}{\cos\left(\omega \left(\sqrt{\frac{m}{k}}\right)\right)} \quad (8) \text{ Và } \varphi = 0 \quad (9)$$

Vậy hình dạng lò xo 1 có dạng một phần hình sin có phương trình:

$$y(x) = \frac{R_0}{\cos\left(\omega \left(\sqrt{\frac{m}{k}}\right)\right)} \cos\left(\sqrt{\frac{m}{k}} \frac{1}{L} \omega x\right) \quad (0 \leq x \leq R_0) \quad (10)$$



2. Nhận xét quan hệ hình chiếu của lò xo 1 trên OP và lò xo 2, chiều dài lò xo 2 được tính:

$$HB = A - R_0 = R_0 \left(\frac{1}{\cos \left(\omega \left(\sqrt{\frac{m}{k}} \right) \right)} - 1 \right) \quad (11)$$

3. Khi tăng chậm $\omega, \cos \left(\omega \left(\sqrt{\frac{m}{k}} \right) \right)$ giảm, khoảng A tăng. Từ (11) cần có điều kiện

$$\omega \sqrt{\frac{m}{k}} < \frac{\pi}{2} \text{ tính được } \omega < \frac{\pi}{2 \left(\sqrt{\frac{m}{k}} \right)} = \omega_0 \text{ vậy } \omega_0 = \frac{\pi}{2 \left(\sqrt{\frac{m}{k}} \right)} \quad (12)$$

4. Khi $\omega > \omega_0$ các lò xo sẽ giãn vô hạn (theo lý thuyết với các giả định đề bài), vì hình chiếu của lò xo 1 lên OP luôn trùng khít với lò xo 2 nên trong suốt quá trình dẫn thêm, hai đầu lò xo 1 và 2 luôn vuông góc và cùng một vị trí trên trục OP ở mỗi thời điểm, vì thế chúng không tương tác với nhau. Điều này chỉ đúng khi hai lò xo còn đồng phẳng.

Nhận xét: Trong thực tế, chiều dài cực đại của lò xo vẫn là hữu hạn, với vận tốc góc tới giá trị rất lớn, lực liên kết các phần lò xo đạt giá trị tới hạn, biến dạng của lò xo chuyển thành biến dạng còn dư và có thể đứt gãy, từ đó khi định luật Hooke không còn được áp dụng.

Câu 2:

1.a) Từ định luật Fourier, đặt $A = \frac{dQ}{dt}$ có biểu thức:

$$A = -k dS \frac{dT}{dx} = -b \sqrt{T} \cdot 2\pi r \ell \frac{dT}{dr} \rightarrow \frac{A}{r} dr = -b \sqrt{T} \cdot 2\pi \ell dT$$

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{A}{r} dr = - \int_{T_1}^{T_2} b \sqrt{T} \cdot 2\pi \ell dT$$

$$\text{Tính được: } \frac{dQ}{dt} \ln \frac{R_2}{R_1} = \frac{4\pi b \ell}{3} \left(\sqrt{T_1^3} - \sqrt{T_2^3} \right) \quad (1)$$

$$\text{Tổng trở nhiệt được tính: } R_0 = \frac{T_1 - T_2}{\frac{dQ}{dt}} = \frac{3(T_1 - T_2) \ln \frac{R_2}{R_1}}{4\pi b \ell \left(\sqrt{T_1^3} - \sqrt{T_2^3} \right)}$$

$$\text{Từ } \int_{R_1}^r \frac{A}{r} dr = - \int_{T_1}^T 2\pi b \ell \sqrt{T} dT \text{ suy ra } A \ln \frac{r}{R_1} = \frac{4\pi b \ell}{3} \left(\sqrt{T_1^3} - \sqrt{T^3} \right) \quad (2)$$

$$(1) \text{ Và } (2) \text{ suy ra } T = \left[\sqrt{T_1^3} - \frac{\ln \frac{r}{R_1}}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \left(\sqrt{T_1^3} - \sqrt{T_2^3} \right) \right]^{2/3} \quad (3)$$

$$2. \text{ Từ } A \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = -2\pi k \ell \int_{T_1}^{T_2} dT \rightarrow R_{01} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi k \ell}$$

$$\begin{cases} C_1 \frac{dT_1}{dt} = -Q' = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{01}} \\ C_2 \frac{dT_2}{dt} = Q' = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{01}} \end{cases} \rightarrow C_1 C_2 \frac{d(T_1 - T_2)}{dt} = -(C_1 + C_2) \frac{T_1 - T_2}{R_{01}}$$

$$\text{Hay } \frac{d(T_1 - T_2)}{dt} = -\frac{(C_1 + C_2)}{C_1 C_2} \frac{T_1 - T_2}{R_{01}}$$

$$\text{Suy ra: } T_1 - T_2 = (T_{10} - T_{20}) \exp \left[-\frac{(C_1 + C_2)}{R_{01} C_1 C_2} t \right] \quad (4)$$

$$C_1 T_1 + C_2 T_2 = C_1 T_{10} + C_2 T_{20} \quad (5)$$

(4) và (5) suy ra

$$T_1(t) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} (T_{10} - T_{20}) \exp \left[-\frac{C_1 + C_2}{R_{01} C_1 C_2} t \right] + \frac{C_1}{C_1 + C_2} T_{10} + \frac{C_2}{C_1 + C_2} T_{20}$$

$$T_2(t) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} (T_{10} - T_{20}) \exp \left[-\frac{C_1 + C_2}{R_{01} C_1 C_2} t \right] + \frac{C_1}{C_1 + C_2} T_{10} + \frac{C_2}{C_1 + C_2} T_{20}$$

$$\text{Với } R_{01} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi k \ell}.$$

Câu 3:

1. Năng lượng mômen từ tác dụng với từ trường ngoài:

$$U = -\vec{\mu} \vec{B} = \pm \frac{e\hbar}{2m} B = \pm m_0 B$$

Gọi số mô men từ cùng và ngược hướng với từ trường ngoài lần lượt là N_+ , N_- . theo phân

bố Boltzmann, ta có: $N_{\pm} \sim e^{\mp \frac{m_0 B}{kT}}$.

$$\text{Mômen từ trung bình } \bar{m} = \frac{-m_0 N_+ + m_0 N_-}{N_+ + N_-}$$

Mômen từ của hệ:

$$M = n\bar{m} = nm_0 \frac{e^{\frac{m_0 B}{kT}} - e^{-\frac{m_0 B}{kT}}}{e^{\frac{m_0 B}{kT}} + e^{-\frac{m_0 B}{kT}}} = nm_0 \tanh \left(\frac{m_0 B}{kT} \right) \approx n \frac{m_0^2 B}{kT}$$

$$\text{Mặt khác: } M = \chi H = \frac{\chi}{1 + \chi \mu_0} B \approx \frac{\chi B}{\mu_0}$$

$$\frac{\chi B}{\mu_0} \approx n \frac{m_0^2 B}{kT} \text{ từ đó xác định được } \chi = n \frac{\mu_0 \left(\frac{e\hbar}{2m} \right)^2}{kT} \quad (*)$$

2.a) Viết hàm phân bố mật độ xác suất theo góc và xác định hệ số chuẩn hóa Mômen từ $\vec{m}_0$ có thể có hướng bất kì, mật độ xác suất theo góc θ .

$$u = -\vec{m}_0 \vec{B}_t = m_0 B_t \cos \theta, du = -\mu_0 B_t \sin \theta d\theta$$

$$f(\theta) = A e^{-u(\theta)/kT} \frac{du}{d\theta} = A e^{-\frac{m_0 B_t \cos \theta}{kT}} \sin \theta$$

Hệ số chuẩn hóa:

$$A = \frac{1}{\int_0^\pi e^{\frac{m_0 B_t \cos \theta}{kT}} \sin \theta d\theta} = \frac{kT}{m_0 B_t} \frac{1}{e^{\frac{m_0 B_t}{kT}} - e^{-\frac{m_0 B_t}{kT}}} = \frac{a}{e^{\frac{m_0 B_t}{kT}} - e^{-\frac{m_0 B_t}{kT}}}, a = \frac{kT}{m_0 B_t}$$

2.b) Véc tơ từ hóa cùng phương với từ trường tác dụng $\vec{B}_t$

$$I_{Bt} = N \int_0^\pi m_0 \cos \theta e^{\frac{m_0 B_t \cos \theta}{kT}} \sin \theta d\theta = A m_0 N \left[\frac{e^a + e^{-a}}{a} - \frac{e^a - e^{-a}}{a^2} \right]$$

Thay vào A ta được:

$$I = m_0 N \left[\frac{e^a + e^{-a}}{e^a - e^{-a}} - \frac{1}{a} \right] = m_0 N \left(\coth a - \frac{1}{a} \right)$$

$$\text{Vậy } I = m_0 N \left(\coth \frac{kT}{m_0 B_t} - \frac{m_0 B_t}{kT} \right) \quad (1)$$

2.c.i) Đóng góp của từ trường phụ rất nhỏ: $b \simeq 0$

- Khi cường độ từ trường ngoài B rất nhỏ: $a = \frac{kT}{m_0 B} \ll 1$

$$\coth a \approx \frac{1}{a} + \frac{a}{3} \text{ nên } = \frac{Nm_0^2}{2kT} B$$

- Khi cường độ từ trường ngoài B rất lớn và nhiệt độ rất thấp.

$$a = \frac{kT}{m_0 B} \rightarrow \infty, \coth a \rightarrow 1 \text{ do đó } I_M = Nm_0 \text{ ứng với độ từ hóa bão hòa}$$

2.c.ii) Đóng góp của từ trường phụ rất lớn: Đối với sắt từ $b \gg 1$. Nên $B_t = bI$

$$a = \frac{m_0 b I}{kT} = \frac{b I_M^2}{N k T} \cdot \frac{I}{I_M} = 2\tau \frac{I}{I_M} \Rightarrow \frac{I}{I_M} = \frac{T}{3\tau} a, \tau = \frac{b I_M^2}{N k} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) suy ra: } \frac{I}{I_M} = \coth a - \frac{1}{a}$$

$\frac{I}{I_M}$ gọi là độ từ hóa tỉ đối. Công thức (2) phổ biến cho mọi chất sắt từ, (3) phổ biến với

mọi chất sắt từ nhất định tương ứng với một giá trị của T/τ .

Câu 4:

A-Chuyển động với năng lượng E trong trường xuyên tâm U(r):

1. Vi phân độ dài quỹ đạo chuyển động của vi hạt

$$d\vec{s} = ds_r \vec{e}_r + ds_\theta \vec{e}_\theta = dr \vec{e}_r + r d\theta \vec{e}_\theta \Rightarrow ds_r = dr, ds_\theta = r d\theta$$

Véc tơ vận tốc của hạt trong hệ tọa độ trụ (cực): $\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta = \{\dot{r}, r\dot{\theta}, 0\}$

Thay vào biểu thức mômen động lượng:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{vmatrix} \vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ r & 0 & 0 \\ v_r & v_\theta & 0 \end{vmatrix} = m r v_\theta \vec{e}_z = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z = L_z \vec{e}_z$$

Như vậy, mômen động lượng quỹ đạo $\vec{L}$ của hạt luôn có chiều của vectơ $\vec{e}_z$ và độ lớn bằng $L_z = m r^2 \dot{\theta} = r p_\theta$ không đổi.

2.a) Các giá trị có thể có của L_z . Áp dụng quy tắc lượng tử hóa cho tọa độ θ :

$$\oint p_{\theta} dS_{\theta} = \oint p_{\theta} r d\theta = \oint L_z d\theta = 2\pi L_z = \left(n_{\theta} + \frac{1}{2} \right) h$$

$$n_{\theta} = 0, 1, 2, \dots \Rightarrow L_z = \left(n_{\theta} + \frac{1}{2} \right) \hbar \quad (1)$$

b) Biểu thức của p_r rút ra từ biểu thức năng lượng của hạt

$$E = \frac{p_r^2 + p_{\theta}^2}{2m} + U(r) = \frac{p_r^2}{2m} + \frac{L_z^2}{2mr^2} + U(r) = \frac{p_r^2}{2m} + \left(n_{\theta} + \frac{1}{2} \right)^2 \frac{\hbar^2}{2mr^2} + U(r)$$

$$\Rightarrow p_r = \sqrt{2m(E - U) - L_z^2 / r^2} = \sqrt{2m(E - U) - \left(n_{\theta} + \frac{1}{2} \right)^2 \hbar^2 / r^2} \quad (2)$$

c) Quy tắc lượng tử hóa cho tọa độ r :

$$\oint p_r ds_r = \oint p_r dr = \left(n_r + \frac{1}{2} \right) h, \quad n_r = 0, 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow 2 \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m(E - U) - L_z^2 / r^2} dr = 2 \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m(E - U) - \left(n_{\theta} + \frac{1}{2} \right)^2 \hbar^2 / r^2} dr = \left(n_r + \frac{1}{2} \right) h \quad (3)$$

3. Theo gợi ý, đạo hàm θ theo r , rồi sử dụng (4):

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dt}{dr} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{r}} = \frac{mr^2 \dot{\theta}}{mr^2 \dot{r}} = \frac{L_z}{p_r r^2} = \frac{L_z}{r^2 \sqrt{2m(E - U) - L_z^2 / r^2}}$$

$$\text{Từ đây: } \frac{d\theta}{dr} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dt}{dr} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{r}} = \frac{mr^2 \dot{\theta}}{mr^2 \dot{r}} = \frac{L_z}{p_r r^2} \Rightarrow \int_0^{\pi} d\theta = \int_{r_1}^{r_2} \frac{L_z dr}{r^2 \sqrt{2m(E - U) - L_z^2 / r^2}} = \pi$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{L_z dr}{\pi r^2 \sqrt{2m(E - U) - L_z^2 / r^2}} = 1 \quad (\text{đpcm}) \quad (4)$$

Phần B: Êlectron chuyển động trong trường Coulomb $U(r) = -\frac{ke^2}{r}$

Đã biết, chuyển động của êlectron trong trường Coulomb với năng lượng E và hình chiếu mômen động lượng L_z thì quỹ đạo là đường conic có phương trình $r = \frac{P}{1 + \varepsilon \cos \theta}$:

$$P = \frac{L_z^2}{mke^2}, \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL_z^2}{mk^2e^4}} \quad (5)$$

$$\text{Khoảng cách cực cận và cực viễn } r_{1,2} = \frac{P}{1 \pm \varepsilon} = \frac{\frac{L_z^2}{mke^2}}{1 \pm \sqrt{1 + \frac{2EL_z^2}{mk^2e^4}}}$$

2. Êlectron có năng lượng $E < 0$, đặt $W = -E > 0$ rồi thay vào biểu thức tính tâm sai (5) của đường

$$\text{conic } \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL_z^2}{mk^2e^4}} = \sqrt{1 - \frac{2WL_z^2}{mk^2e^4}} < 1 \text{ tương ứng với quỹ đạo là các đường elip.}$$

Từ (3), (4) và (1) ta có

$$\left(n_r + \frac{1}{2} \right) h = 2 \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{2m(E - U) - L_z^2 / r^2} dr = 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{2m(E - U) - L_z^2 / r^2}{\sqrt{2m(E - U) - L_z^2 / r^2}} dr$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{2m(E-U)}{\sqrt{2m(E-U) - L_z^2 / r^2}} dr - 2L_z \int_{r_1}^{r_2} \frac{L_z}{r^2 \sqrt{2m(E-U) - L_z^2 / r^2}} dr = \\
&= 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{2m(E-U)}{\sqrt{2m(E-U) - L_z^2 / r^2}} dr - 2\pi L_z = 2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{2m(E-U)}{\sqrt{2m(E-U) - L_z^2 / r^2}} dr - \left(n_\theta + \frac{1}{2} \right) h
\end{aligned}$$

Đặt $n = n_r + n_\theta + 1$ gọi là số lượng tử chính ($n = 1, 2, \dots$), từ đây rút ra:

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{4m(E-U)dr}{\sqrt{2m(E-U) - L_z^2 / r^2}} = nh, n = 1, 2, \dots \quad (\text{đpcm}) \quad (6)$$

4) Tính tích phân (10) bằng cách biến đổi và cận tích p hân

$$\text{Tính cận tích phân: } r_{1,2} = \frac{P}{1 \pm \varepsilon} = \frac{\frac{L_z^2}{mke^2}}{1 \pm \sqrt{1 - \frac{2WL_z^2}{mk^2e^4}}} = \frac{ke^2}{2W} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2WL_z^2}{mk^2e^4}} \right) \Rightarrow$$

$$r_{1,2} - \frac{ke^2}{2W} = \mp x_0, \quad x_0 = \sqrt{\frac{k^2e^4}{4W^2} - \frac{L_z^2}{2mW}}$$

Đổi biến $x = r - \frac{ke^2}{2W}$, trong tích p hân (10) thay $E = -W$ và $U(r) = -\frac{ke^2}{r}$, chú ý đến tích phân

$$\text{hàm lẻ } \int_{-x_0}^{x_0} \frac{xdx}{\sqrt{x_0^2 - x^2}} = 0:$$

$$\begin{aligned}
\int_{r_1}^{r_2} \frac{4m(E-U)dr}{\sqrt{2m(E-U) - L_z^2 / r^2}} &= - \int_{r_1}^{r_2} \frac{4m \left(W - \frac{ke^2}{r} \right) dr}{\sqrt{2m \left(\frac{ke^2}{r} - W \right) - \frac{L_z^2}{r^2}}} \\
&= -2\sqrt{2mW} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\left(r - \frac{ke^2}{W} \right) dr}{\sqrt{\frac{ke^2r}{W} - r^2 - \frac{L_z^2}{2mW}}} = -2\sqrt{2mW} \int_{r_1}^{r_2} \frac{\left(r - \frac{ke^2}{2W} - \frac{ke^2}{2W} \right) dr}{\sqrt{\frac{k^2e^4}{4W^2} - \frac{L_z^2}{2mW} - \left(r - \frac{ke^2}{2W} \right)^2}} \\
&= -2\sqrt{2mW} \int_{-x_0}^{x_0} \frac{\left(x - \frac{ke^2}{2W} \right) dx}{\sqrt{x_0^2 - x^2}} = ke^2 \sqrt{\frac{2m}{W}} \int_{-x_0}^{x_0} \frac{dx}{\sqrt{x_0^2 - x^2}} \\
&= ke^2 \sqrt{\frac{2m}{W}} \int_{-1}^1 \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} = \pi ke^2 \sqrt{\frac{2m}{W}} = nh
\end{aligned}$$

$$\text{Từ đó tính được: } W_n = m \frac{2\pi^2 k^2 e^4}{h^2 n^2} \Rightarrow E_n = -m \frac{2\pi^2 k^2 e^4}{h^2 n^2}$$

5.a) Biểu diễn E_n qua hằng số Rydberg lý thuyết (c là tốc độ ánh sáng trong chân không):

$$E_n = -R_\infty hc \frac{1}{n^2} \left(R_\infty = m \frac{2\pi^2 k^2 e^4}{h^3 c} \right) \quad (8)$$

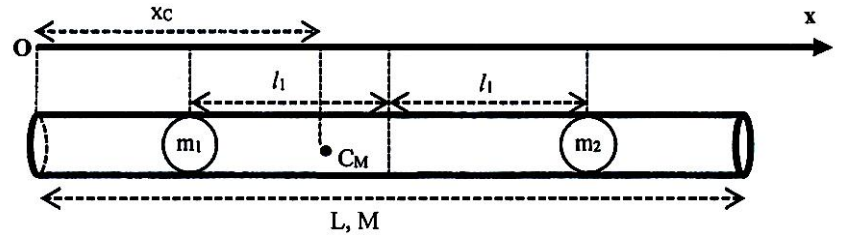
$$b) E_4 = -\frac{\pi^2 m k^2 e^4}{8h^2} = -\frac{13,6}{16} = -0,85(\text{eV}) \quad (9)$$

$$c) R_\infty = \frac{2\pi^2 m k^2 e^4}{h^3 c} = 1,09738 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}; R = 1,09678 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\eta = \frac{R_\infty - R}{R} = \frac{1,09738 - 1,09678}{1,09678} \cdot 100\% \approx 0,06\%$$

Câu 4:

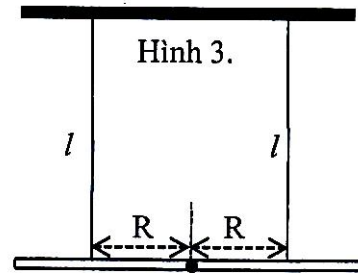
Thiết lập phương án dựa vào vị trí cân bằng của hệ vật (có thể treo hệ trên giá treo để hệ cân bằng trong mặt phẳng vuông góc với dây treo,...)



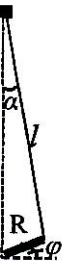
Vị trí khối tâm trên trục Ox:

$$x_C = \frac{m_1 \left(\frac{L}{2} - l_1 \right) + m_2 \left(\frac{L}{2} - l_2 \right) + M \frac{L}{2}}{m_1 + m_2 + M} \quad (2)$$

Xác định l_1 : Gọi l là chiều dài của dây treo vật, xét mô hình con lắc vật lý (hai dây treo đối xứng với nhau qua vị trí khối tâm như hình vẽ). Cho con lắc dao động với li độ góc bé (có thể bỏ qua chuyển động tịnh tiến của con lắc). Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của hệ, thế năng của hệ tại li độ góc φ :



Hình 4.



$$U = (M + m_1 + m_2)gl(1 - \cos\alpha) = (M + m_1 + I_{M2})g \frac{1}{2}$$

Mặt khác: $R\varphi = l\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{R\varphi}{l}$

Ta suy ra: $U = (M + m_1 + m_2)g \frac{(R\varphi)^2}{2l}$

Cơ năng của hệ: $E = T + U = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{1}{2}(M + m_1 + m_2) \frac{gR^2}{2l} \varphi^2 = \text{const}$

Đạo hàm hai vế phương trình theo t:

$$I_C \omega \dot{\omega} + (M + m_1 + m_2) \frac{gR^2}{2l} \varphi \dot{\varphi} = 0$$

$$\Leftrightarrow I_C \ddot{\varphi} + (M + m_1 + m_2) \frac{gR^2}{2l} \varphi = 0 \Leftrightarrow \ddot{\varphi} + (M + m_1 + m_2) \frac{gR^2}{I_C 2l} \varphi = 0$$

Chu kì dao động của con lắc: $T = 2\pi \sqrt{\frac{2I_C}{(M + m_1 + m_2)gR^2}} \quad (2)$

Trong đó: $I = \frac{ML^2}{12} + M\left(\frac{L}{2} - x_C^2\right) + m_1(l_1 - x_C)^2 + m_2(l_1 + x_C)^2$ là momen quán tính của hệ đối với trục quay qua khối tâm.

Từ (2) ta có: $T^2 = 4\pi^2 \frac{2I_C}{(M + m_1 + m_2)g} \frac{1}{R^2}$

Nếu ta cố định l và khảo sát sự phụ thuộc của chu kì dao động T con lắc vào R . Vẽ đồ thị biểu diễn hàm số: $T^2 = f\left(\frac{1}{R^2}\right)$, xác định hệ số góc α_1 của đồ thị ta có được phương trình:

$$\alpha_1 = 4\pi^2 \frac{2I_C}{(M + m_1 + m_2)g} \quad (3)$$

- Giữ nguyên giá trị R và khảo sát sự phụ thuộc của chu kì dao động T con lắc vào chiều dài l . Vẽ đồ thị biểu diễn hàm số: $T^2 = f(l)$, xác định hệ số góc α_2 của đồ thị ta có được phương trình:

$$\alpha_2 = 4\pi^2 \frac{2I_C}{(M + m_1 + m_2)gR^2} \quad (4)$$

- Giải hệ phương trình gồm các phương trình (1); (3) và (4) ta xác định được các giá trị l_1 , m_1 và m_2 .

*Các bước tiến hành thí nghiệm:

- Dùng thước xác định chiều dài L của thanh.
- Treo hệ trên giá bằng 01 dây để hệ cân bằng trong mặt phẳng vuông góc với dây treo.
- Dùng thước đo khoảng cách từ một đầu đến vị trí cân bằng, ta có được giá trị x_C .
- Khảo sát sự phụ thuộc T vào R :
- + Treo con lắc vào giá treo như hình 3
- + Dùng thước đo chiều dài l của dây treo, khoảng cách R từ vị trí dây treo đến khối tâm của hệ.
- + Cho con lắc dao động với biên độ bé, dùng đồng hồ bấm giây xác định chu kì dao động con lắc.
- + Di chuyển vị trí dây treo trên thanh và làm lại các bước thí nghiệm trên.
- + Lập bảng số liệu:

R					
$1/R^2$					
T					
T^2					

+ Vẽ đồ thị hàm số: $T^2 = f\left(\frac{1}{R^2}\right)$, xác định hệ số góc α_1 .

- Khảo sát sự phụ thuộc chu kì T vào l :
- + Treo con lắc vào giá treo như hình 3
- + Dùng thước đo chiều dài l của dây treo, khoảng cách R từ vị trí dây treo đến khối tâm của hệ.
- + Cho con lắc dao động với biên độ bé, dùng đồng hồ bấm giây xác định chu kì dao động con lắc.
- + Thay đổi chiều dài của dây treo và làm lại các bước thí nghiệm trên (lưu ý không thay đổi vị trí dây treo).
- + Lập bảng số liệu:

l					
T					
T^2					

+ Vẽ đồ thị hàm số: $T^2 = f\left(\frac{1}{l}\right)$, xác định hệ số góc α_2 .