Atrito e Plano Inclinado

Gabriel Silva - Projeto Olímpicos

1. Introdução

O atrito é um fenômeno muito importante para a Física, caso não conseguíssemos vencer o atrito em nosso cotidiano, não conseguiríamos caminhar sobre o solo ou andar de bicicleta, não seria possível fazer com que o carro fosse ao destino desejado e nem mesmo ouvir a melodia de um violino.

Ora pois! Mas o que seria o atrito? A força de contato entre duas superfícies sólidas possuem duas componentes, uma perpendicular, que se chama normal e uma horizontal, denominada atrito. Observe na figura 1, com o auxílio de um instrumento óptico é possível enxergar asperezas entre o contato do bloco e a superfície, neste caso, uma superfície irá empurrar a base do bloco, este fenômeno recebe o nome de normal.

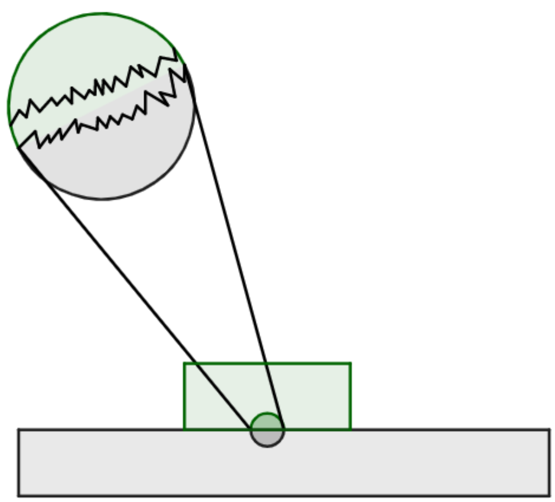


Figura 1: Asperezas

Imagine uma superfície qualquer com um bloco B sobre a superfície S plana e horizontal, em que uma força $\vec{F}$ é aplicada ao bloco B na direção horizontal com sentido para a direita, entretanto, o bloco, apesar da força aplicada, permanece em repouso. Você deve estar se perguntando, como um bloco que tem uma força aplicada sobre ele, continua em repouso? a explicação disso advém da força de atrito, que corresponde a uma força que age no bloco na mesma direção que a força inicial, mas com sentido trocado. Devo alertar que a força de atrito sempre age no sentido contrário ao MOVIMENTO.

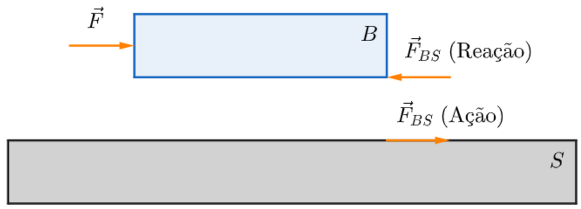


Figura 2: Força de atrito

Observe na figura 2 e repare que temos a força $\vec{F}_{BS}$ (Ação) sendo a que o bloco B aplica na superfície S, pela terceira lei de Newton devemos ter uma força de mesmo módulo e direção, entretanto, com sentido oposto aplicado em um corpo diferente, isto é, $\vec{F}_{SB}$ (Reação) a força que a superfície S aplica no bloco B. É claro que se $\vec{F}$ for igual ao vetor nulo $(\vec{0})$, não teremos as forças $\vec{F}_{BS}$ e $\vec{F}_{SB}$. No entanto, caso o bloco esteja em movimento teremos as forças de atrito, independente de que haja uma força F atuando, ou não.

$$\text{Se } \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{BS} = \vec{F}_{SB} = \vec{0}$$

2. Atrito Estático

Considere a seguinte situação: Joãozinho dispõe de uma mesa plana e nesta, tem alguns objetos, como régua, caderno, lápis, borracha, apontador, etc., nosso caro Joãozinho, gostaria de saber qual seria o ângulo máximo para uma borracha apoiada sobre um plano inclinado começar a deslizar. Para isto, com o auxílio de um aplicativo de celular, ele gradualmente, eleva o plano inclinado de modo que o ângulo máximo, fosse a iminência do movimento da borracha. Essa situação nos diz que o atrito possui um valor máximo, isto é, a força de atrito máximo que ainda mantém a borracha em equilíbrio. Chamamos força de atrito de destaque $(\vec{F}_{at_d})$ a força de atrito máximo, quando um bloco que se encontra na iminência de deslizar.

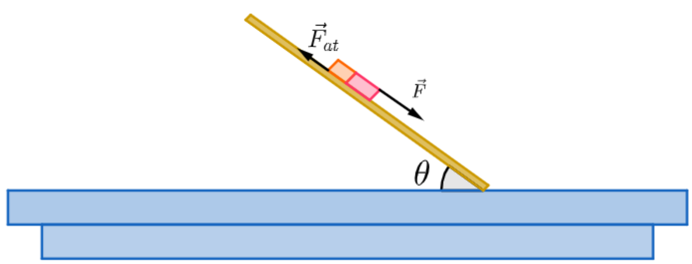


Figura 3: Força de atrito de destaque

É claro que a força de atrito irá variar de zero até um certo valor máximo, este que chamamos força de atrito de destaque, isto é, em termos matemáticos:

$$0 \leq F_{at} \leq F_{at_d}$$

Podemos afirmar que a força normal de uma superfície em contato com um bloco é diretamente proporcional a massa do bloco, tendo em vista, que quanto maior a massa do bloco, maior a força peso do sistema e mais intenso é a força normal, portanto para haver deslizamento, a força inicial F deverá ser maior. Em termos matemáticos, podemos escrever a força de atrito de destaque como:

$$\boxed{|\vec{F}_{at_d}| = \mu_e \cdot |\vec{F}_n|} \tag{I}$$

O coeficiente de proporcionalidade μ_e que aparece na equação acima, é chamado coeficiente de atrito estático que remete as asperezas entre o bloco e a superfície.

3. O Atrito Cinético

A ideia aqui será semelhante à situação da figura 2, imagine a mesma situação, com as mesmas forças, no entanto, o bloco deverá entrar em movimento, e para isto, a força $\vec{F}$ inicial, deverá ser maior que a força de atrito de destaque. Enquanto o bloco está em repouso, dizemos que o atrito é do tipo estático. Agora, porém, ele é denominado como atrito cinético. A configuração da situação atual está destacada na figura a seguir, em que teremos, agora, uma aceleração $\vec{a}$, que obviamente, está apontada para o mesmo sentido que a força externa e, agora, uma nova força, a força de atrito cinético $\vec{F}_{at_c}$

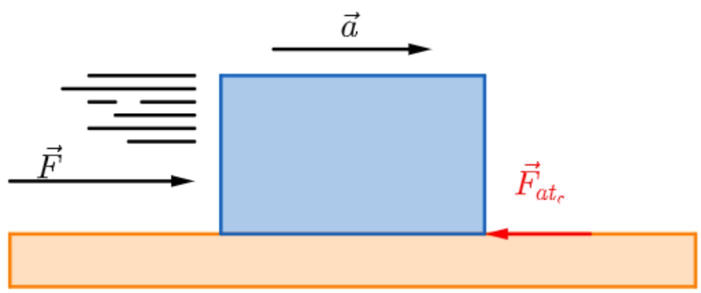


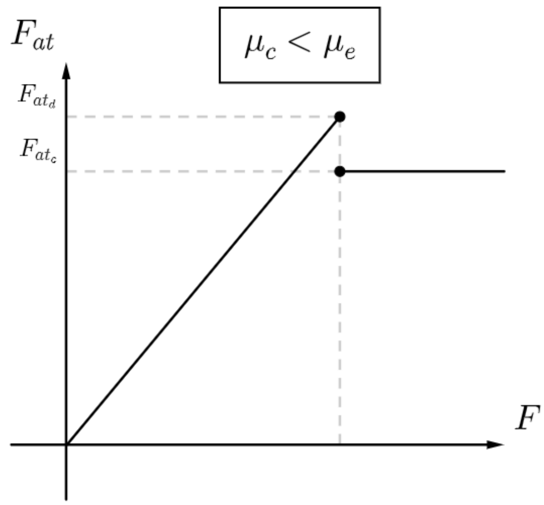
Figura 4: Situação com atrito cinético

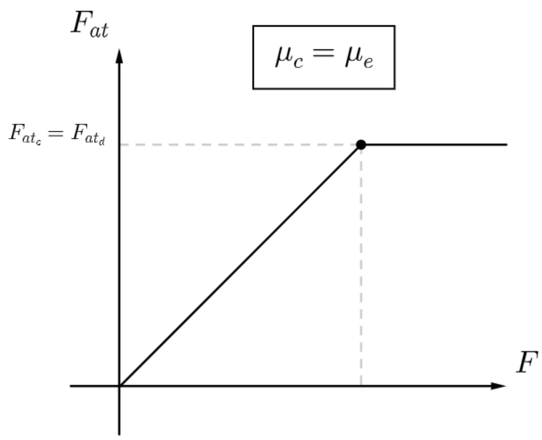
A intensidade da força de atrito cinético (F_{at_c}) é diretamente proporcional a constante de proporcionalidade do atrito cinético (μ_c) e a força normal (F_n), isto é, matematicamente:

$$\boxed{|\vec{F}_{at_c}| = \mu_c \cdot |\vec{F}_n|} \tag{II}$$

A partir de experimentos, é possível observar que $\mu_c < \mu_e$, portanto, $F_{at_c} < F_{at_e}$.

Observe os dois gráficos a seguir, em que o primeiro resume a teoria acima para o coeficiente de proporcionalidade $\mu_c < \mu_e$. Na segunda figura temos o coeficiente de proporcionalidade $\mu_c = \mu_e$





4. Lei do Atrito

A partir de experimentos, podemos concluir que:

"As forças de atrito de destaque e cinético são praticamente independentes da área de contato entre as superfícies atritantes"

Isto é, não importa a área de contato com a superfície, imagine uma caixa que possui uma área igual a A_1 sendo empurrada por uma força F_1, e outra caixa com área igual a A_2, com uma força externa F_2, supondo que $A_1 > A_2$, se $F_1 = F_2$, então a força de atrito que atua nas respectivas caixas 1 e 2, também serão iguais ($F_{at_1} = F_{at_2}$), independente dos termos A_1 e A_2.

5. Atrito no Plano Inclinado

Iremos explorar as propriedades no plano inclinado em um exemplo do livro do David Morin.

Um bloco de massa M repousa sobre um plano fixo inclinado em um ângulo θ. Você aplica uma força horizontal Mg no bloco, como mostrado na Fig. 5. Suponha que a força de atrito entre o bloco e o plano seja grande o suficiente para manter o bloco em repouso. Quais são as forças normais e de atrito (chame-as N e F_f) que o plano exerce sobre o bloco? Se o coeficiente de atrito estático for μ, para qual intervalo dos ângulos θ o bloco de fato permanecerá em repouso?

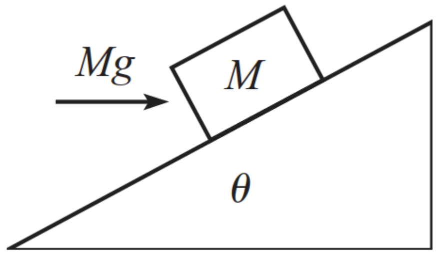


Figura 5: Exemplo de Plano Inclinado

Na figura 6 foi colocado as forças que atuam no bloco e no plano. As forças são N, F_f, o Mg aplicado e o peso Mg. Equilibrar as forças paralelas e perpendiculares ao plano dá, respectivamente (com para cima ao longo do plano considerado positivo):

$$\sum F_x = 0$$

$$F_f - Mgsin\theta + Mgcos\theta = 0 \;\therefore\; F_f = Mgsin\theta - Mgcos\theta$$

Perceba que fiz a decomposição das forças Mg no eixo x, adotei para cima como positivo e disse que a soma é igual a zero. Para o eixo y, o processo é análogo.

$$\sum F_y = 0$$

$$N - Mgsin\theta - Mgcos\theta = 0 \;\therefore\; N = Mgsin\theta + Mgcos$$

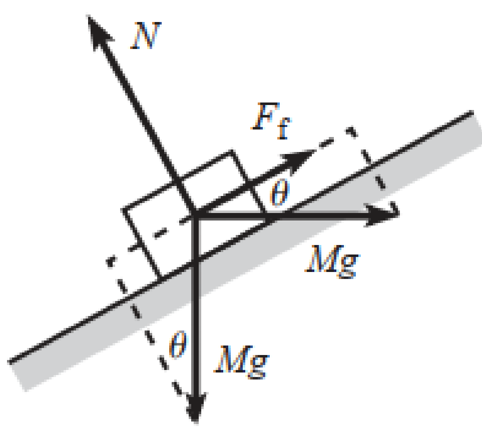


Figura 6: Componentes

Perceba que se a tangente de θ for maior que 1, a força de atrito F_f será positiva, portanto a força estará apontando para o sentido correto. Mas, se a tangente for menor que 1 o valor de F_f será negativo, portanto o próprio problema irá corrigir o seu sentido, então não há necessidade de se preocupar com para que lado ele aponta ao desenhar o diagrama.

Sabendo que $|F_f| \leq \mu N$

$$Mg|sin\theta - cos\theta| \leq \mu Mg(cos\theta + sin\theta)$$

Veja que coloquei o módulo, isso significa que devemos considerar dois casos:

i. Se $\theta \geq 1$, então

$$sin\theta - cos\theta \leq \mu(cos\theta + sin\theta) \Rightarrow tan\theta \leq \frac{1+\mu}{1-\mu}$$

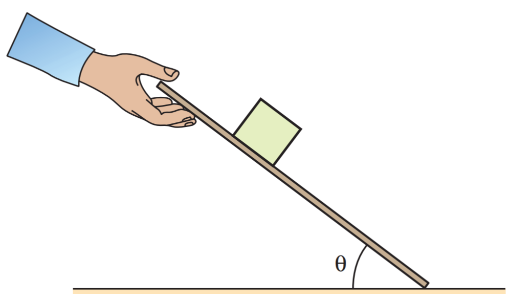
ii. Se $\theta \leq 1$, então

$$-sin\theta + cos\theta \leq \mu(cos\theta + sin\theta) \Rightarrow tan\theta \geq \frac{1-\mu}{1+\mu}$$

$$\frac{1-\mu}{1+\mu} \leq tan\theta \leq \frac{1+\mu}{1-\mu}$$

6. Problemas

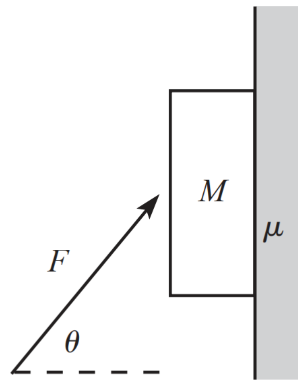
Problema 1. (Tópicos de Física) Sobre um plano inclinado, de ângulo θ variável, apoia-se uma caixa de pequenas dimensões, conforme sugere o esquema a seguir.



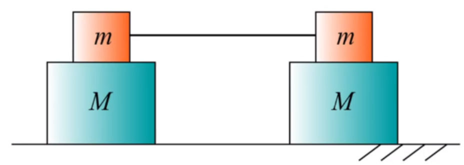
Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a caixa e o plano de apoio vale 1,0, qual o máximo valor de θ para que a caixa ainda permaneça em repouso?

Problema 2. (Moysés Nussenzveig) Um bloco está numa extremidade de uma prancha de 2 m de comprimento. Erguendo-se lentamente essa extremidade, o bloco começa a escorregar quando ela está a 1,03 m de altura, e então leva 2,2 s para deslizar até a outra extremidade, que permaneceu no chão. Qual é o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a prancha? Qual é o coeficiente de atrito cinético?

Problema 3. (David Morin) Um livro de massa M é posicionado contra uma parede vertical. O coeficiente de atrito entre o livro e a parede é μ. Você deseja manter o livro caia ao empurrá-lo com uma força F aplicada em um ângulo θ em relação à horizontal (- $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$), como mostrado na figura a seguir. Para um dado θ, qual é o F mínimo necessário?



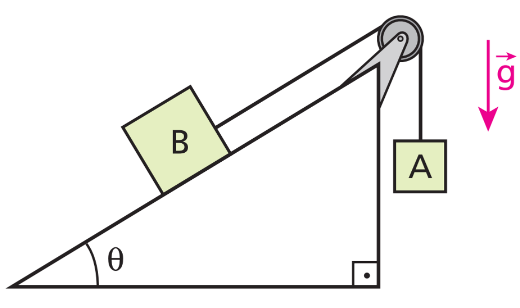
Problema 4. (Kalda) Imagine a seguinte situação representada pela figura a seguir. Temos quatro blocos, dois deles maiores com massa M e dois menores com massa igual a m, os dois blocos superiores estão atados por uma corda ideal, e a superfície inferior é lisa (sem atrito). Existe uma força F aplicada na direção horizontal, da esquerda para a direta, qual deve ser o valor limite desta força para que os quatro blocos se desloquem junto para a direita, com a mesma aceleração?



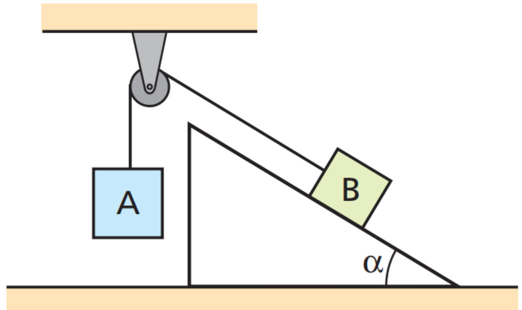
Problema 5. Na situação esquematizada na figura, os blocos A e B têm massas iguais a 6 kg e 4 kg respectivamente, os coeficientes de atrito valem $\mu_e = 0{,}7$ e $\mu_c = 0{,}5$ e a inclinação da rampa vale $\theta = 37°$ ($\sin 37° = 0{,}6$; e $\cos 37° = 0{,}8$). Quando o sistema é abandonado do repouso, determine:

a) se o bloco irá escorregar ou não.

b) a intensidade da força de atrito e da tração no fio.



Problema 6. (ITA-SP) Na figura seguinte, os dois blocos A e B têm massas iguais. São desprezíveis as massas dos fios e da polia e esta pode girar sem atrito. O menor valor do coeficiente de atrito estático entre o plano inclinado de α em relação à horizontal e o bloco B, para que o sistema não escorregue, é:



a) $\dfrac{1 - sin\alpha}{cos\alpha}$

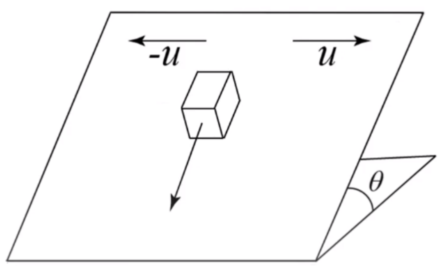
b) $\dfrac{a - cos\alpha}{sin\alpha}$

c) tg α

d) cotg α

e) $\dfrac{1}{sin\alpha}$

Problema 7. (Kalda) Suponha a seguinte situação hipotética ilustrada pela figura a seguir. O bloco está descendo um plano inclinado num regime estacionário, a velocidade que o bloco desce o plano é igual a v e constante, além disso, o plano inclinado está agitando, isto é, se movendo de um lado para o outro com velocidade igual a u - para simplificação, despreze o processo de aceleração e desaceleração do plano, ou seja, ele vai e volta com a mesma velocidade. Encontre uma equação que nos permite calcular tal velocidade v. Considere que o coeficiente de atrito seja maior que a tangente.



7. Gabarito

Problema 1. $\theta = 45°$

Problema 2. Estático: 0,6; e cinético: 0,5.

Problema 3. $F = \dfrac{2(m+M)}{2m+M} \cdot \mu mg$ (Resolução feita pelo professor Cadu vídeo)

Problema 4. $F \geq \dfrac{Mg}{sin\theta + \mu cos\theta}$

Problema 5. a) O bloco irá escorregar; e b) $F_{at} = 16N$; e $T = 48N$.

Problema 6. Letra a

Problema 7. $v = \dfrac{\mu tg\theta}{\sqrt{\mu^2 - tg^2\theta}}$ (Resolução feita pelo professor Cadu vídeo)