Leis de Newton

Abner Maia - Projeto Olímpicos

1. Introdução

A Dinâmica é a parte da Mecânica que estuda os movimentos, considerando os fatores que o produzem e modificam. As leis de Newton são um conjunto de três leis que fundamentam toda a Mecânica Clássica. O agente capaz de mudar o estado de movimento dos corpos é chamado de **força**, uma grandeza vetorial cuja unidade no SI é $kg.m.s^{-2}$. Quando trabalhamos com corpos macroscópicos, as forças podem ser classificadas como forças de contato (por exemplo, a força que aplicamos ao chutar uma bola de futebol ou empurrar uma parede) e como forças de ação a distância (forças magnéticas, força elétrica, força gravitacional e etc).

2. Primeira Lei de Newton

Também conhecida como Lei da Inércia, essa lei é anunciada da seguinte forma: um corpo em repouso ou em movimento retilíneo uniforme (isto é, aceleração resultante nula) permanecerá nesse estado a menos que uma força externa atue sobre ele.

Para determinar se um objeto está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme, precisamos analisar o referencial no qual ele é observado. Por exemplo, se uma pessoa está observando uma bola dentro de um trem com velocidade constante que se move em linha reta, então, em relação ao trem, a bola permanece em repouso, e em relação ao solo, a bola permanece se movendo com a mesma velocidade do trem. Se o trem acelerar, a pessoa vai observar a bola rolando para trás, mesmo que não haja fora horizontal agindo sobre ela.

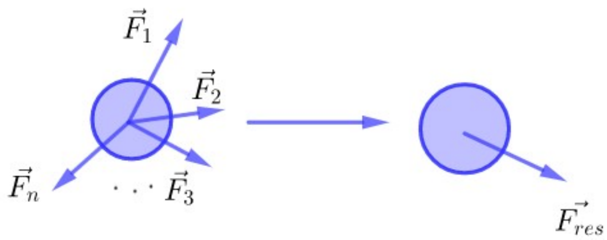
Isso acontece pois, em referenciais acelerados (referenciais não inerciais) a primeira Lei de Newton não se aplica, ou seja, ela só é válida nos referenciais que a aceleração do corpo permanece nula a não ser que haja alguma força atuando no corpo. Na terra, geralmente os efeitos de interação e rotação são desprezíveis, sendo assim uma boa aproximação considerá-la um referencial inercial.

3. Segunda Lei de Newton

Essa é a lei que mais aparece nos problemas, também é conhecida como Principio Fundamental da Dinâmica, tem o seguinte enunciado: se um corpo tem massa constante, a força resultante agindo nele é igual ao produto da massa pela aceleração.

$$\vec{F}_{res} = m.\vec{a}$$

No sistema Internacional das Unidades ela é utilizada na unidade Newton (N). A força resultante é a soma vetorial de todas as forças atuando no corpo.



$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ...\vec{F}_n$$

A massa é a medida da inércia do corpo, ou seja, está relacionada à dificuldade de se produzir na partícula determinada aceleração. Por exemplo, ao chutarmos uma bola de boliche e uma bola de vôlei, a bola de boliche resiste muito mais a ser acelerada.

3.1 Força peso

Experimentalmente, descobriu-se que a Terra exerce uma força de atração sobre todos os corpos situados em suas proximidades. Na superfície, essa força tem módulo aproximadamente constante, por isso que ao soltarmos uma esfera próximo ao solo, ela cai com aceleração constante $g = 9{,}81 m.s^{-2}$, chamada de aceleração de queda livre, essa força é chamada de peso, escrevendo a segunda lei de newton para ela temos:

$$\vec{P} = m.\vec{g}$$

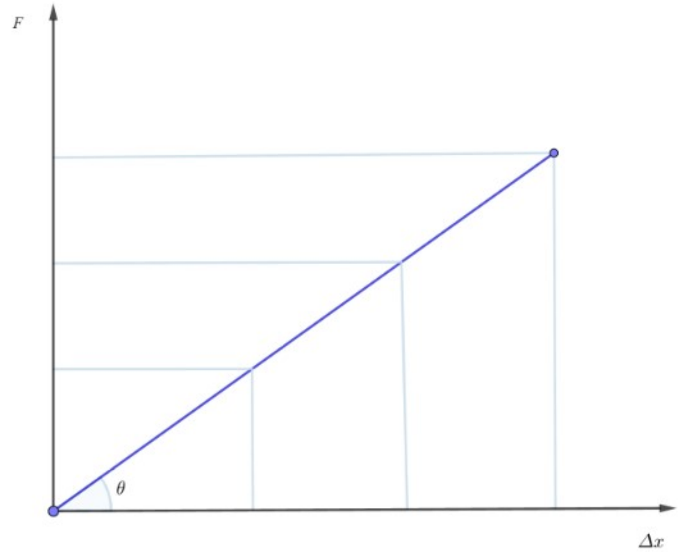
3.2 Força elástica

Uma mola ao ser elongada ou comprimida exerce uma força proporcional a deformação. Também conhecida como lei de Hooke sua expressão matemática é dada por:

$$\vec{F} = -k.\vec{x}$$

Note que esse sinal de menos implica que é uma força restauradora (de sentido contrario a deformação) que sempre tende a fazer a mola voltar à posição de equilíbrio. A constante de proporcionalidade positiva k é uma qualidade da mola considerada, depende do material de que é feita a mola e de suas dimensões e tem por unidade no SI o $N.m^{-1}$

Em um gráfico da intensidade da força em função da deformação temos um comportamento linear até o limite da elasticidade da mola:



A declividade do gráfico ($\tan\theta$) é numericamente igual a constante de proporcionalidade:

$$\tan\theta = \frac{F}{\Delta x} = k$$

Quando temos 2 molas associadas em **paralelo**, ao deslocarmos elas do equilíbrio ambas sofrem a mesma deformação de forma que:

$$F = F_1 + F_2 = k_1.x + k_2.x$$

$$k_{eq} \cdot x = k_1.x + k_2.x = (k_1 + k_2)x \Rightarrow k_{eq} = k_1 + k_2$$

Para n molas temos que:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + k_3 + \cdots + k_n$$

Quando temos 2 molas associadas em **série** a deformação total do sistema é igual a soma das deformações individuais de cada mola, então:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

Além disso, como $F = k.\Delta x$ obtemos:

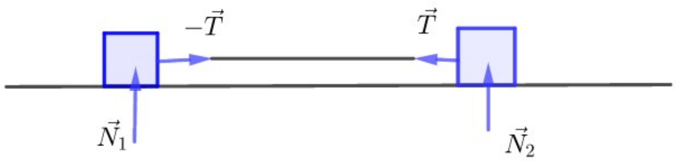
$$\frac{F}{k_{eq}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \Rightarrow \frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

Para n molas temos que:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \cdots + \frac{1}{k_n}$$

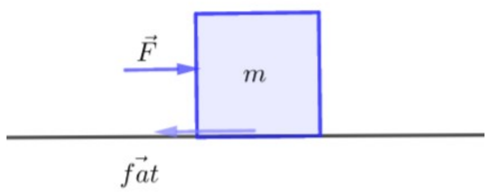
3.3 Tração e normal

Normal ($\vec{N}$) está relacionada com a rigidez do corpo, é uma componente da força que surge quando dois corpos entram em contato, ela é perpendicular a superfície de contato e impede que os blocos se interponham e a tração ($\vec{T}$) está relacionada com a rigidez da corda que pode ser comparada à uma mola de constante elástica tão grande que não pode ser distendida. Na figura a seguir temos 2 blocos tracionados por uma corda ideal sem massa:



3.4 Força de atrito

Analisando a figura a seguir, se o bloco for empurrado para a direita com uma força pequena, ele não deslizará, por conta de uma força que surge chamada de força de atrito, contrária a tendência de movimento relativo. Essa força surge devido as interações de origem eletromagnética entre os átomos das regiões de contato entre as superfícies.



Antes do corpo deslizar, a força de atrito vai ter o mesmo modulo da força $\overrightarrow{F}$ e direção oposta e tem valor máximo de:

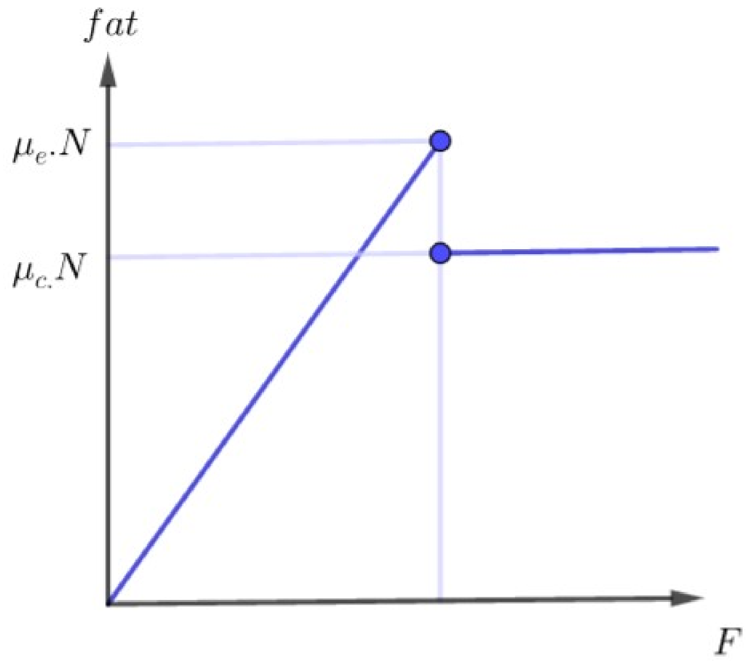
$$fat_e \leq \mu_e.N$$

onde μ_e é o coeficiente de atrito estático e depende da natureza das duas superfícies em contato.

Depois de atingido o valor fat_e e o bloco começar a deslizar, geralmente se verifica uma diminuição na força de atrito que agora vai ter módulo constante se a normal não mudar:

$$fat_c = \mu_c.N$$

e $\mu_c < \mu_e$, onde μ_c é o coeficiente de atrito cinético. O gráfico a seguir (da força de atrito em função da força recebida $\overrightarrow{F}$) resume essas propriedades:



3.5 *Aprofundando na segunda lei*

Na realidade $\vec{F} = m.\vec{a}$ não foi a formulação original de Newton da Segunda Lei, para quem quiser um pouco mais de rigorosidade, vamos fazer uma breve analise.

Definindo momento linear como $\vec{p} = m.\vec{v}$ (produto da massa pela velocidade), pode ser entendido como a medida de quão difícil é desacelerar um corpo em movimento. A segunda lei pode ser definida da seguinte maneira: a força é a taxa de variação temporal do momento. Então, temos:

$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$$

fazendo a regra do produto temos:

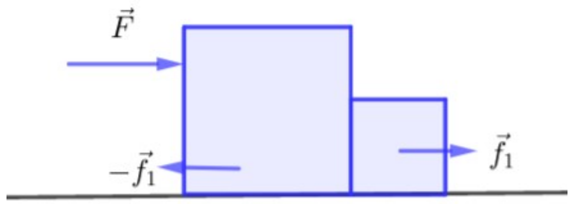
$$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}.\vec{v} + m.\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \mu.\vec{v} + m.\vec{a}$$

pois $\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$ e chamamos a taxa de variação temporal da massa de μ. Como a maioria dos sistemas tem massa constante, então $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} = 0$ voltando para a expressão mais comum $\vec{F} = m.\vec{a}$.

4. Terceira lei de Newton

Também conhecida como Princípio da Ação e Reação, pode ser enunciada da seguinte maneira: toda força de ação corresponde uma de reação, de modo que essas forças tem sempre mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, estando aplicadas em corpos diferentes.

Na figura a seguir, observamos que ao empurrarmos 2 blocos em contato, o bloco de trás empurra o da frente com uma força $\overrightarrow{f_1}$ e é empurrado por uma força $-\overrightarrow{f_1}$.



4.1 *Aprofundando na terceira lei*

Mais tarde no nosso curso, veremos que o momento linear total ($\overrightarrow{p}$) de um sistema de partículas isolado é constante. Sabemos que a derivada de uma constante é 0, então se derivarmos o momento total de um sistema de 2 corpos de momento $\overrightarrow{p_1}$ e $\overrightarrow{p_2}$ obteremos a seguinte relação:

$$\overrightarrow{F} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{0} = \frac{\mathrm{d}(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p_1}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p_2}}{\mathrm{d}t}$$

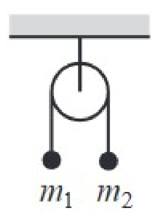
Então:

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p_1}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p_2}}{\mathrm{d}t} \Rightarrow \overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$$

Onde $\overrightarrow{F_1}$ é a força na partícula 1 devido à sua interação com a partícula 2, e $\overrightarrow{F_2}$ é a força na partícula 2 devido à sua interação com a partícula 1 o que corresponde à Terceira Lei.

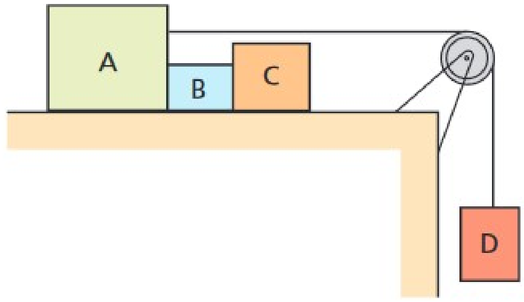
5. Problemas

Problema 1. * (Morin) No sistema da figura (maquina de Atwood), encontre a aceleração a das massas e a tração T da corda (As massas da corda e da polia são desprezíveis)



Problema 2. ** (Tópicos da Física 1) No arranjo experimental do esquema seguinte, desprezam-se os atritos e a influência do ar. O fio e a polia são ideais e adota-se para a aceleração da gravidade o valor $10\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$. Largando-se o bloco D, o movimento do sistema inicia-se e, nessas condições, a força de contato trocada entre os blocos B e C tem intensidade 20 N. Sabendo que as massas de A, B e C valem, respectivamente, 6,0kg, 1,0kg e 5,0kg, calcule: a) a massa de D; b) a intensidade

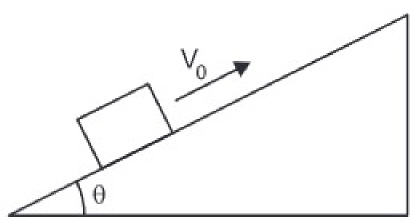
da força de tração estabelecida no fio; c) a intensidade da força de contato trocada entre os blocos A e B.



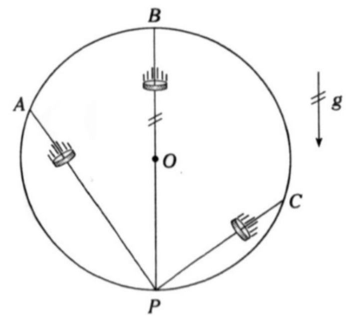
Problema 3. ** (Moysés 1) Um bloquinho de massa igual a $100g$ encontra-se numa extremidade de uma prancha de 2 m de comprimento e massa $0{,}5kg$. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloquinho e a prancha são, respectivamente, 0,4 e 0,35. A prancha está sobre uma mesa horizontal lisa (atrito desprezível). Com que força máxima podemos empurrar a outra extremidade da prancha para que o bloquinho não deslize sobre ela? Se a empurrarmos com uma força $3N$, depois de quanto tempo o bloquinho cairá na prancha?

Problema 4. * (Moysés 1) Um bloco está numa extremidade de uma prancha de $2m$ de comprimento. Erguendo-se lentamente essa extremidade, o bloco começa a escorregar quando ela está a $1{,}03m$ de altura, e então leva $2{,}2s$ para deslizar até a outra extremidade, que permaneceu no chão. Qual é o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a prancha? Qual é o coeficiente de atrito cinético?

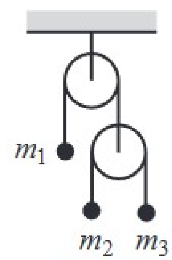
Problema 5. ** (ITA - 2008) Na figura, um bloco sobe um plano inclinado, com velocidade inicial V_0. Considere μ o coeficiente de atrito entre o bloco e a superfície. Indique sua velocidade na descida ao passar pela posição inicial.



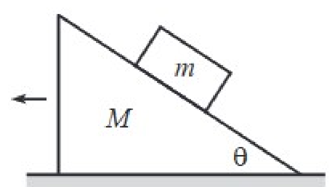
Problema 6. ** Da periferia de um aro de raio R solta-se simultaneamente três anéis lisos em A, B e C. Qual deles chega primeiro ao ponto P? (Considere que BP é um diâmetro vertical)



Problema 7. ** (Morin)Uma máquina de Atwood dupla é mostrada na figura, com massas m_1, m_2 e m_3. Encontre as acelerações das massas.



Problema 8. *** Um bloco de massa m é mantido imóvel sobre uma cunha sem atrito de massa M e ângulo de inclinação θ (veja a figura). A cunha repousa sobre uma superfície horizontal sem atrito. O sistema é liberado. Qual é a aceleração horizontal da cunha?



6. Gabarito

Problema 1. $a = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{m_2 + m_1}$ e $T = \dfrac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

Problema 2. a) $8{,}0kg$ b) $48N$ c) $24N$

Problema 3. a) $2{,}35N$ b) $1{,}46s$

Problema 4. a) Estático: 0,6 b) Cinético: 0,5

Problema 5. $V_0.\sqrt{\dfrac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta + \mu\cos\theta}}$

Problema 6. Todos chegam ao mesmo tempo

Problema 7. $a_1 = g\dfrac{4m_2.m_3 - m_1(m_2 + m_3)}{4m_2.m_3 + m_1(m_2 + m_3)}$ e $a_2 = -g \cdot \dfrac{4.m_2.m_3 + m_1(m_2 - 3m_3)}{4.m_2.m_3 + m_1(m_2 + m_3)}$

Problema 8. $a = \dfrac{mg.\sin\theta\cos\theta}{M + m.\sin^2\theta}$