Movimento Circular

Lucas Takayasu - Projeto Olímpicos

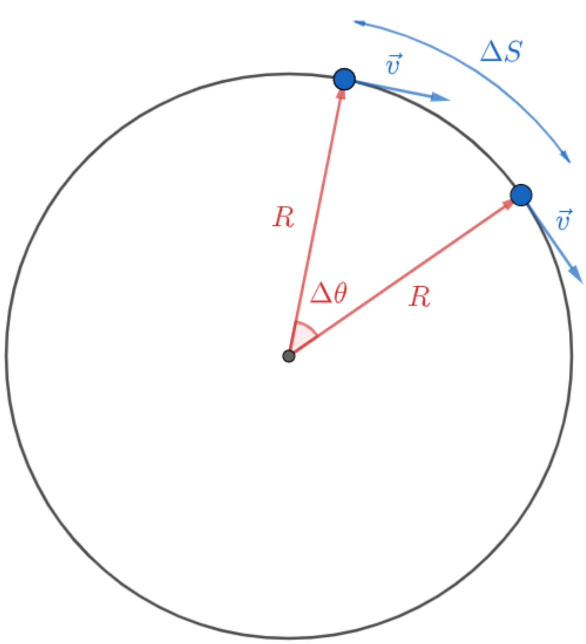
1. Introdução

Movimentos circulares, ou rotações, são muito úteis na física e aparecem em todo lugar do nosso cotidiano, como em ventiladores, engrenagens, rodas de carros, a rotação da Terra em torno do seu eixo e muitos outros.

Se considerarmos um objeto se movendo numa trajetória circular com velocidade constante, teríamos um **MCU**: Movimento Circular e Uniforme, representado na imagem. Para descrever esse movimento, podemos utilizar variáveis análogas àquelas dos movimentos retilíneos: no lugar de distâncias, usaremos ângulos, o que facilitará muito nossa vida.

Na física, geralmente não utilizaremos graus (°) como unidade para ângulos, mas sim **radianos** (rad), pela conveniência que essa unidade traz. O radiano é definido pela razão do comprimento de um arco de circunferência e o seu raio. Sabemos que em um círculo completo, sua circunferência mede $2\pi R$, e seu ângulo central é 360°. Logo, 2π radianos equivalem à 360°, e assim podemos montar uma regra de três para converter de graus para radianos. Por exemplo, para 90°:

$$\left.\begin{array}{rcr} 2\pi \text{ rad} & — & 360^\circ \\ \theta \text{ rad} & — & 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$



Assim, para o movimento circular, ao usar o ângulo em radianos obtemos a relação:

$$\Delta S = R \cdot \Delta\theta$$

Onde ΔS é o deslocamento, que pode ser usado para encontrar a velocidade linear (v):

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Mas além da velocidade linear, podemos definir a **velocidade angular** (ω):

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Assim, podemos escrever um “sorvete" do MU só que para esse movimento angular:

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

Podemos notar também que um movimento circular é periódico, ou seja, ele se repete em intervalos de tempo regulares, que chamamos de **período** (T). Outra variável importante é a **frequência** (f), que representa a quantidade de revoluções (voltas) do objeto por unidade de tempo, o que é equivalente ao inverso do período:

$$f = \frac{1}{T}$$

A unidade para frequência é Hz (Hertz), sendo igual ao inverso do segundo (s^{-1}). Existe também outra unidade famosa: rpm (rotações por minuto), sendo que 60rpm equivalem à 1Hz.

Em um período, o objeto dá uma volta de 360° no círculo, ou seja 2π radianos, e portanto podemos relacionar a velocidade angular:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Ainda para uma volta completa, podemos calcular a velocidade linear à partir da circunferência, e relacioná-la a velocidade angular:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

Também é importante ressaltar um outro conceito do movimento circular, a **aceleração centrípeta** (a_{cp}). Como já visto, acelerações são responsáveis por alterar velocidades, e no caso, a aceleração centrípeta é responsável por alterar o sentido da velocidade vetorial, fazendo com que o objeto faça essa trajetória curva. No MCU, a aceleração centrípeta é dada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Pela segunda lei de Newton, isso também nos dá a força centrípeta:

$$F = \frac{mv^2}{R}$$

Sendo que a aceleração/força centrípeta sempre aponta para o centro da trajetória, fazendo com que a velocidade sempre seja tangente à trajetória no MCU.

2. Movimento Circular Uniformemente Variável

Além do MCU, é importante conhecermos o MCUV: Movimento Circular Uniformemente Variável. Para descrevê-lo, podemos usar variáveis análogas do movimento retilíneo uniformemente variado, definindo uma aceleração angular:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

A diferença agora, é que além da aceleração centrípeta que altera o sentido da velocidade, teremos uma **aceleração tangencial** (a_θ), que será responsável por alterar o módulo (intensidade) da velocidade, e está relacionada a aceleração angular:

$$a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \alpha R$$

Com isso podemos escrever um "sorvetão" e a equação Torricelli para um MCUV:

$$\theta = \theta_0 + \omega t + \frac{\alpha t^2}{2} \qquad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

Assim, torna-se claro a semelhança desses movimentos circulares com aqueles retilíneos. Todas as analogias cinemáticas citadas são exemplificadas na tabela:

Retilíneo	Circular
s	θ
v	ω
$s = s_0 + vt$	$\theta = \theta_0 + \omega t$
a	α
$s = s_0 + vt + \dfrac{at^2}{2}$	$\theta = \theta_0 + \omega t + \dfrac{\alpha t^2}{2}$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$

Futuramente, em dinâmica rotacional, você conhecerá outros análogos para variáveis da dinâmica translacional, representadas na seguinte tabela, mas que não é necessário que você saiba por ora.

Translacional	Rotacional
m	I
$\vec{\boldsymbol{x}}$	$\vec{\boldsymbol{\theta}}$
$\vec{\boldsymbol{v}}$	$\vec{\boldsymbol{\omega}}$
$\vec{\boldsymbol{a}}$	$\vec{\boldsymbol{\alpha}}$
$\vec{\boldsymbol{p}} = m\vec{\boldsymbol{v}}$	$\vec{\boldsymbol{L}} = I\vec{\boldsymbol{\omega}}$
$\vec{\boldsymbol{F}} = m\vec{\boldsymbol{a}} = \dfrac{d\vec{\boldsymbol{p}}}{dt}$	$\vec{\boldsymbol{\tau}} = I\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \dfrac{d\vec{\boldsymbol{L}}}{dt}$
$K_{cin} = \dfrac{mv^2}{2}$	$K_{rot} = \dfrac{I\omega^2}{2}$
$W = \displaystyle\int \vec{\boldsymbol{F}} \cdot d\vec{\boldsymbol{l}}$	$W = \displaystyle\int \vec{\boldsymbol{\tau}} \cdot d\vec{\boldsymbol{\theta}}$

Não se assuste, só é interessante notar que os movimentos circulares, apesar de serem muito diferentes dos movimentos retilíneos, possuem muitas semelhanças e analogias, o que pode te ajudar a lembrar das fórmulas e conceitos.

3. Problemas

Problema 1. (OBF 2001) Uma partícula realiza um movimento circular uniforme. Sobre tal situação, pode-se **afirmar**:

a) a velocidade da partícula muda constantemente de direção e sua aceleração tem valor constante e não nulo.

b) o movimento é certamente acelerado, sendo a aceleração da partícula paralela à direção da sua velocidade.

c) visto que o movimento é uniforme, a aceleração da partícula é nula.

d) vetor velocidade aponta para o centro da trajetória circular, sendo perpendicular ao vetor aceleração.

e) o ângulo formado entre os vetores velocidade e aceleração varia ao longo da trajetória.

Problema 2. (UFC) Uma partícula descreve um movimento circular e uniforme de raio r com velocidade escalar v. Na unidade de tempo, a partícula efetuará um número de voltas igual a:

a) $2\pi r/v$

b) $r/2\pi v$

c) $v/2\pi r$

d) $\pi r/2v$

e) $2r/\pi v$

Problema 3. (OBF 2004) Um aeromodelo descreve um movimento circular uniforme com velocidade escalar de 12 m/s, perfazendo 4 voltas por minuto. Considerando $\pi = 3$, a sua aceleração é de:

a) $0{,}0 m/s^2$

b) $0{,}8 m/s^2$

c) $4{,}8 m/s^2$

d) $7{,}2 m/s^2$

e) $9{,}6 m/s^2$

Problema 4. Um satélite é dito geostacionário se roda ao redor do planeta uma vez por dia, ou seja, se completa uma rotação ao redor da Terra em 24 horas, o que faz com que ele aparente estar "parado" para um observador no solo. Para a Terra, todos os satélites em órbita geostacionária devem estar a uma distância de $4{,}23 \times 10^7$m do centro da Terra. Qual a intensidade da aceleração sofrida por um satélite geostacionário?

Problema 5. (OPF 2002) Em cima de um disco de eixo vertical são colocadas duas moedas A e B, de massas iguais e distantes 5 cm e 20 cm do eixo de rotação. O disco começa a girar lentamente, mas com velocidade angular crescente.

a) Quando o disco levar 0,5 s para completar cada volta qual a frequência de rotação do disco, em Hz?

b) Quando a velocidade linear da moeda A for igual a V_A, qual a velocidade linear da moeda B?

Problema 6. (OBF 2002) Um cachorro está preso por uma corda num poste quando vê um gato e, obviamente, decide ir atrás dele. O cachorro, porém, por mais força que faça, não consegue romper a corda, que suporta uma tração de até 1000 N. Sendo ele o cachorro de um cientista, ele sabe que pode tentar romper a corda girando em torno do poste. Supondo que o tamanho da corda seja 1 m, a massa do cachorro m = 20 kg, e o movimento seja circular uniforme, determine:

a) qual deve ser a velocidade linear mínima que o cachorro deve ter para que consiga romper a corda.

b) quanto tempo o cachorro demora para dar uma volta completa em torno do poste, com esta velocidade. De posse destes resultados, comente se é possível supor que o cachorro conseguirá arrebentar a corda.

Problema 7. (OBF 2010) No início do século XX, mais exatamente em 1905, Albert Einstein mostrou através dos postulados da relatividade restrita que a velocidade da luz é a máxima velocidade possível de se atingir no universo.

a) Se um objeto pudesse se movimentar com a velocidade da luz quantas voltas por segundo ao redor da Terra este objeto realizaria?

b) Qual a velocidade angular do objeto? (resposta em radianos/s)

c) Qual a frequência de revolução deste objeto ao redor da Terra?

Dados: $R_{Terra} = 6371km$, $c = 3 \times 10^8 m/s^2$

Problema 8. (OBF-99) Beto e Pedro são dois malabaristas em monociclos onde os pedais acionam diretamente os eixos das rodas. Para que se mantenham lado a lado, em movimento uniforme, Beto dá 3 pedaladas completas por segundo enquanto Pedro dá apenas 2. O monociclo de Beto tem raio de 30 cm. Qual o raio do monociclo de Pedro?

Problema 9. (OBF 2004) Em física, define-se a quantidade de movimento angular (momento angular), L, de um corpo que gira com velocidade angular constante ω em torno de um eixo, como sendo $L = I\omega$, onde I é uma grandeza denominada momento de inércia que depende da massa do corpo e de como ela está distribuída em torno do eixo de rotação. Para um disco de massa M e raio R, o momento de inércia em relação a um eixo perpendicular a ele, passando pelo seu centro, é dado por $I = MR^2/2$.
Considere um disco como esse, de raio 10 cm, girando com frequência de 0,5 Hz.

a) Quantas voltas serão dadas em 15 segundos, por um outro disco que possui a mesma massa do primeiro disco e metade de seu raio, tendo, porém, o mesmo momento angular?

b) Se os dois discos forem fabricados do mesmo material, qual a diferença entre eles, além dos raios?

Problema 10. (ITA) O ponteiro das horas e o ponteiro dos minutos de um relógio estão superpostos às 5h, x minutos e y segundos. Obtenha os valores de x e y.

4. Gabarito

Problema 1. a)

Problema 2. c)

Problema 3. c)

Problema 4. 0,224m/s^2

Problema 5. a) 2Hz b) $V_B = 4V_A$

Problema 6. a) $7m/s^2$ b) Aproximadamente 1s

Problema 7. a) $\approx$ 7 voltas por segundo b) $\approx$ 47 rad/s c) $\approx$ 7,5 Hz

Problema 8. 45cm

Problema 9. a) 30 voltas b) Espessura do disco

Problema 10. $x = 27$ min $y = 16$ s