Cinemática I
Movimento Uniforme

Ian Seo Takose - Projeto Olímpicos

1. Introdução

O estudo da Cinemática é fundamental para que possamos não só encontrar o tempo que demorará para chegar em determinado lugar ou a velocidade em que o carro está nesse exato momento (a qual eu espero que seja menor que o limite de velocidade *hehe*), mas também compreender as ideias por trás desses conceitos, pois elas muitas vezes são utilizadas em outras áreas da Física.

Nessa aula, estudaremos apenas um tipo de movimento - o retilíneo uniforme. Ele é caracterizado por um corpo que se desloca sem curvas e com velocidade constante. Como exemplo temos um carro dirigindo em uma rodovia longa (note que um carro andando numa rua normalzinha tem que parar no sinal vermelho e acelerar no farol verde, fazendo com que não tenha uma velocidade uniforme).

2. Definições

Em geral, esse início de Cinemática acaba sendo bem intuitivo, por envolver termos e conceitos do dia a dia, como distância e velocidade. Isso é muito bom, pois, como já dito, algumas dessas ideias (em específico, a ideia de velocidade) acabam sendo as mesmas para outras áreas da Física (só que ao invés de distância percorrida teríamos a quantidade de carga, por exemplo). Dessa forma, apresentar as definições “formais” vai ajudar bastante você a fazer analogias no futuro. Dito isso, vamos às definições:

2.1 Posição

Geralmente denotado pela variável S, a posição de um corpo basicamente nos diz onde ele está. Por exemplo, em rodovias é muito comum ouvir termos como “você está no quilômetro 30” ou “pegue a direita no quilômetro 57”. Mas o que isso significa, isto é, de onde vêm esses números? Muito simples, eles estão dizendo que você está a 30 ou 57 quilômetros de distância de algum ponto. A pergunta que fica é: que ponto é esse? Para a cidade de São Paulo, esse ponto é muito bem definido e acaba sendo até um ponto turístico para alguns. Na praça da Sé, existe um prisma hexagonal que destaca esse ponto, como visto na imagem 1, retirada da Wikipedia.

Figura 1: Representação do ponto zero da cidade de São Paulo

Perceba que é importante um "monumento" desses para o marco zero, pois ele é a referência para **toda** cidade de São Paulo, se fosse um ponto arbitrário, ninguém conseguiria se localizar. Felizmente, se o exercício não definir nenhum marco zero, apenas disser que você estava em um lugar e foi para outro, você mesmo pode adotar o seu ponto zero, o qual é interessante de adotar como sua posição inicial para poupar conta.

Por fim, é importante falar que a unidade no SI (Sistema Internacional de Unidades) é o **metro** (m), mas também é muito comumente encontrado em quilômetro (km), centímetro (cm), milímetro (mm), etc. Nesses casos, é conveniente saber as seguintes conversões: $1000\,m = 1\,km$, $100\,cm = 1\,m$ e $1000\,mm = 1\,m$[1] e aí para converter basta aplicar uma simples regra de três (normalmente um exercício com alguma unidade diferente dessa te dará a conversão).

2.2 *Distância Percorrida*

Imagine que você está no quilômetro 30 e vai dirigindo seu carro até o quilômetro 57. Qual foi a distância que você percorreu? Foi 30 km? Foi $57\,km$? Nenhum dos dois. Você consegue perceber que, na verdade, o quanto você andou é $57 - 30 = 27\,km$? Caso não tenha ficado muito claro, te darei um exemplo um pouco mais palpável.

Suponha que você quer medir o tamanho do seu lápis, mas a sua régua está quebrada - ela começa nos 3 centímetros. Ignorando o problema, você pega seu lápis, coloca um ponta no 3 e vê que a outra ponta está no 13. Isso significa que seu lápis tem 13 centímetros de comprimento? Não né, dá pra perceber que o tamanho do seu lápis na verdade é $13 - 3 = 10$ centímetros. Logo, o tamanho do seu lápis é a diferença entre as **posições** das pontas dele! Nota que, usando uma régua do jeito convencional, é sempre isso que a gente sempre está fazendo, mas colocamos uma das pontas no ponto zero (começo da régua), de forma que a posição da outra ponta já dá direto o tamanho (já que vai ficar posição da outra ponta menos zero).

[1]Perceba que você pode juntar essas conversões e dizer, por exemplo $100\,cm = 1000\,mm \Rightarrow 1\,cm = 10\,mm$

Com o exemplo dado, você consegue perceber que a rodovia nada mais é do que uma régua gigante (em que o zero acaba sendo naquele ponto já discutido)? Nessa analogia, a distância percorrida é essencialmente o tamanho do lápis. Ficou mais claro?

Agora, voltando para o formalismo, já que você (provavelmente) já entendeu que seu deslocamento é diferença entre as suas posições, podemos defini-lo como $\Delta S = S - S_0$. Calma, irei explicar cada termo da fórmula. Na Física, é muito comum utilizar a letra grega "delta" maiúsculo (Δ) para expressar diferenças, ou seja, temos que ΔS está representando uma diferença de S's (que é justamente o que ele é). O subscrito zero em S_0 foi utilizado para representar a posição **inicial**, pois, novamente, é muito comum em Física utilizar o subscrito zero para representar algum estado inicial. O S é pura e simplesmente a sua posição final.

Perceba que eu poderia ter escrito essa seção apenas como "Olha, definimos o deslocamento $\Delta S = S - S_0$", mas não foi isso que eu fiz. Dei toda uma introdução antes de apresentar fórmula, pois o problema da opção inicial é que, fazendo isso, a equação vira apenas um monte de letras jogadas com alguns símbolos matemáticos no meio e ai Física vira um monte de fórmulas para decorar. Mas é mais que isso, tem todo um conceito atrás da fórmula que, se você entendê-lo, a fórmula sai de brinde. ☺

2.3 *Intervalo de Tempo*

Esse conceito é bem análogo ao anterior. Imagine que são 8:00 e você decide dormir. Se você acordar às 10:00, por quanto tempo você dormiu? Bem tranquilinho de ver que você dormiu por $10 - 8 = 2$ horas. Assim, se t_0 (olha o subscrito 0 aparecendo de novo) é o **início** do seu sono e t a hora que você acorda, então você dormiu por um intervalo de tempo dado por $\Delta t = t - t_0$.

Reforçando, se o exercício não especificar nenhuma convenção de tempo (nesse caso, especifiquei a convenção comumzona de tempo, então não poderia) você pode adotar sua "marcação zero" do tempo (em geral, usa-se $t_0 = 0$). A unidade de intervalo de tempo no SI é o **segundo** (s), mas também pode ser encontrado em hora (h), minuto (min), etc, as quais eu acredito que você esteja bem familiarizado com as conversões.

2.4 *Velocidade*

Acredito que esse seja o conceito que você está mais acostumado de ver, então já vou partir para a definição formal. Velocidade é a **taxa de variação**[2] da posição de um corpo no tempo. Ou seja, se eu tenho uma velocidade $10\, m/s$, a cada 1 segundo eu ando 10 metros. Caso eu tivesse uma velocidade de $100\, km/h$ significaria que a cada uma hora eu ando 100 quilômetros (também significa que a cada meia hora eu ando 50 quilômetros ou que a cada 15minutos eu ando 25 quilômetros).

Como você provavelmente já sabe, a unidade de velocidade é a de distância por tempo, sendo as mais comuns o metro por segundo (m/s) e o quilômetro por hora (km/h), em que o metro por segundo é a unidade do SI. Talvez você tenha pensando "se a unidade de velocidade é distância por tempo, provavelmente a fórmula da velocidade envolve uma razão entre distância e tempo, né?" Exatamente! Imagine que eu estou correndo e **percorri** uma distância de 10 metros em um **intervalo de tempo** de 2 segundos. Isso significa que, assumindo que minha velocidade foi constante durante todo o movimento, ela era de $\frac{10}{2} = 5\, m/s$. Logo, generalizando:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

[2] Essa ideia de taxa de variação é muuito importante.

lembrando que ΔS é a distância **percorrida** e Δt é o **intervalo de tempo** da ação (percebeu a conexão entre as palavras em negrito?). No entanto, caso minha velocidade não tivesse sido constante durante toda a ação (por exemplo, se eu tivesse corrido os primeiros 9 metros em 1 segundo, parasse para descansar por 0,5 segundo e então percorresse o 1 metro restante em 0,5 segundo), o que eu estaria calculando ao fazer $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{10}{2} = 5\,m/s$? Ao fazer esse conta, sempre estamos calculando o que chamamos de **velocidade média** (normalmente representada como v_m), ou seja:

$$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \tag{1}$$

que pode ser interpretada como a velocidade que o corpo deveria ter caso estivesse se movendo com velocidade constante (como visto anteriormente). Dessa forma, concluímos que, para um movimento uniforme, a velocidade do corpo é **sempre igual** à sua velocidade média.

Por fim, caso você tenha a velocidade em km/h e quisesse em m/s (que é o SI e, portanto, o padrão, a não ser que o exercício especifique o contrário), o que fazer? Nesse caso, você pode usar o fato de que $1\,km = 1000\,m$ e $1\,h = 60\,min = 3600\,s$, então, podemos fazer a conversão:

$$1 \cdot \frac{km}{h} = 1 \cdot \frac{1000\,m}{3600\,s} = 1 \cdot \frac{1000}{3600}\frac{m}{s} = 1 \cdot \frac{1}{3{,}6}\frac{m}{s} = 1 \div 3{,}6\,\frac{m}{s}. \tag{2}$$

Portanto, para encontrar a velocidade metro por segundo a partir de uma em quilômetro por hora, basta dividirmos por 3,6 (por exemplo, $36\,km/h = 10\,m/s$ ou $72\,km/h = 20\,m/s$) e, analogamente, para ir de m/s para km/h, basta multiplicar por 3,6.

Decorar esse valor pode te economizar um tempo nas questões, entretanto, **não** apenas decore esse valor. Assim, caso apareça a dúvida "mas tinha que dividir ou multiplicar por 3,6 para chegar em m/s?" no meio da prova, você pode simplesmente refazer a conta no cantinho e conferir. Outro ponto a favor de entender a conta é que, caso o exercício te fale a velocidade em milhas por hora e te peça para converter para metro por segundo, você vai conseguir fazer. ☺

3. Função Horária da Posição

Agora que estamos munidos de todas as definições, podemos finalmente chegar na equação mais importante do movimento retilíneo uniforme.

Suponha que eu te dou a posição e a velocidade de um corpo e te pergunte aonde que esse corpo estará daqui 10 segundos, daqui 10 horas, ou mesmo daqui 100 anos, como você faria? Vou deixar a pergunta mais intuitiva. Caso eu te dê a velocidade de um corpo, você consegue me dizer o quanto ele **percorreu** daqui (ou seja, em um **intervalo de tempo** de) 10 segundos, 10 horas ou 100 anos? Percebe que nesse caso, quero saber o ΔS, dado v e Δt? Então, é fácil de ver que chegamos em:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \Rightarrow \Delta S = v\Delta t$$

Lembrando que $\Delta S = S - S_0$ e $\Delta t = t - t_0$, vemos que:

$$S - S_0 = v\,(t - t_0) \Rightarrow S = S_0 + v\,(t - t_0)$$

Em geral, t_0 é adotado como zero, nos deixando com a forma final:

$$S = S_0 + vt \tag{3}$$

Essa equação é chamada de **função horária da posição** de um corpo (às vezes é dito equação ao invés de função, no fundo, não muda nada). Na verdade, ela é popularmente conhecida pelo seu mnemônico:[3] **Sorvete**.

Por ter um mnemônico fácil, acredito que vai ser bem difícil de você esquecer essa fórmula, no entanto, se a dedução dela foi intuitiva pra você (considerar primeiro o deslocamento e depois substituir os deltas), aconselho que você não apague-a da sua mente, porque, sabendo de onde veio a equação, é mais difícil que você caia em pegadinhas sobre (por exemplo, se um exercício adotar $t_0 \neq 0$, aquela equação fica um pouco diferente, isto é, temos que trocar o t por $(t - t_0)$).

3.1 Sinal da velocidade

Uma coisa importante é que velocidade é um **vetor**. Não irei entrar muito em detalhes,[4] mas o importante é que ela tem sentido. Sentido seria para onde a velocidade está apontando. Em todos os exemplos que dei até agora, nosso carro estava dirigindo para o sentido que os quilômetros da rodovia aumentavam.

No entanto, se eu estivesse voltando de viagem, eu estaria indo no sentido que os quilômetros da estrada diminuem. Como resolver essa diferença? Para isso, é importante sempre adotar algum sentido como positivo e tudo que estiver no sentido oposto é negativo. Por exemplo, nessas rodovias, o sentido positivo é o que os quilômetros aumentam, pois se você se desloca de um ponto S_1 para um ponto $S_2 > S_1$, isto é, anda no sentido que a posição aumenta, seu ΔS vai ser positivo ($S_2 > S_1 \Rightarrow S_2 - S_1 > 0 \Rightarrow \Delta S > 0$) e, se nesse sentido o ΔS é positivo, esse sentido é positivo (você vai ver em Cinemática Vetorial que deslocamento também é um vetor).

Dessa forma, quando estivermos indo para o sentido positivo, nossa velocidade será positiva, caso contrário, será negativa. É importante ressaltar também que quando o exercício não te dá nenhuma notação para seguir, você escolher qual sentido vai ser positivo e qual vai ser negativo. No fundo, o resultado final tem que ser o mesmo, mas às vezes tem um sentido que deixa as contas mais fáceis que o outro. Mais para frente você vai ver que é só uma questão de gosto mesmo. Só é extremamente necessário que, uma vez que escolhido qual sentido é positivo e qual é negativo, **todas** as equações devem seguir essa sua convenção.

4. Encontros no Movimento Uniforme

Suponha que o exercício te dê a posição inicial de dois corpos e suas respectivas velocidades (tendo, portanto, te dado indiretamente suas funções horárias) e te pede o tempo t do encontro deles, e também onde que esse encontro ocorre. Pense um pouco, o que você faria?

Caso não tenha conseguido chegar em nenhuma conclusão, perceba que, no encontro, os dois corpos necessariamente estão no mesmo lugar (pela definição de encontro, eles têm que estar na mesma posição). O que isso significa? Significa que o encontro ocorre no tempo t em que as funções horárias dos dois corpos se igualam. Ou seja, se definirmos o subscrito A e o B para diferenciarmos os dois corpos, teremos as seguintes equações:

$$\begin{cases} S_A = S_B \\ S_A = S_{0_A} + v_A t, \\ S_B = S_{0_B} + v_B t \end{cases}$$ em que vemos que há três variáveis (S_A, S_B e t) e três equações, sendo por-

[3] Frase ou palavra que ajuda a memorizar algo.

[4] Caso você queira dar uma olhada melhor em vetores, veja o material de Cinemática Vetorial.

tanto um sistema "resolvível". Sei que, à primeira vista, parece ser um saco resolver esse sistema, mas perceba que, se substituirmos as duas últimas equações na primeira, chegamos em:

$$S_{0_A} + v_A t = S_{0_B} + v_B t,$$

que é uma equação do primeiro grau que só depende de t, bem simples de resolver, né? Daí, depois que encontrar o t, já que os S's são iguais, basta você jogar esse t em uma das funções horárias que você terá a posição do encontro. Darei um exemplo:

Exemplo 1. Considere dois automóveis, A e B, nos quilômetros 36 e 108 de uma rodovia, respectivamente. O carro A tem velocidade de $24\,km/h$ e B tem $12\,km/h$. Daqui a quantas horas eles irão se encontrar? Onde ocorrerá o encontro?

Solução: Vamos escrever as funções horárias de A e B (note que $S_{0_A} = 36\,km$, $S_{0_B} = 108\,km$, $v_A = 24\,km/h$ e $v_B = 12\,km/h$):

$$\begin{cases} S_A = 36 + 24t \\ S_B = 108 + 12t \end{cases}$$

Perceba o S está em km e o tempo t em horas. Como já visto, só temos que igualar suas posições:

$$36 + 24t = 108 + 12t \Rightarrow 24t - 12t = 108 - 36 \Rightarrow 9t = 27 \Rightarrow t = 6h$$

Para a posição, basta substituirmos em um dos S's:

$$S_A = 36 + 24t \Rightarrow S_A = 36 + 24 \cdot 6 \Rightarrow S_A = 180\,km$$

É fácil de conferir que, conforme previsto, chegamos na mesma posição para o B:

$$S_B = 108 + 12t \cdot 6 \Rightarrow S_B = 180\,km$$

Logo, eles se encontrarão em 6 horas no quilômetro 180.

Exemplo 2. Considere a mesma situação, mas agora o carro B está voltando a $12\,km/h$. Daqui a quantas horas eles irão se encontrar? Onde ocorrerá o encontro?

Solução: Teremos, usando o mesmo raciocínio:

$$\begin{cases} S_A = 36 + 24t \\ S_B = 108 - 12t \end{cases}$$

Resolvendo,

$$36 + 24t = 108 - 12t \Rightarrow 36t = 72 \Rightarrow t = 2h$$

Vemos que o encontro será:

$$S_A = 36 + 24 \cdot 2 \Rightarrow S_A = 84\,km.$$

4.1 *Ultrapassagens*

Um outro tipo de exercício que pode aparecer em questões de Cinemática é o de ultrapassagem. Ele é essencialmente igual ao que acabei de apresentar, mas com uma mínima diferença, o tamanho dos corpos está sendo considerado. Assim, se, por exemplo, digo que dois automóveis se encontram, estou dizendo que a parte de frente do carro chegou na parte traseira do outro? Ou que a parte frontal do carro chegou na metade do outro? Não dá para saber. Para resolver esse impasse, normalmente é dito que "o automóvel A **ultrapassou** o automóvel B". Quando é dito isso, o exercício quer dizer que a parte traseira do automóvel A passou a parte da frente do automóvel B. Na prática, o que isso muda?

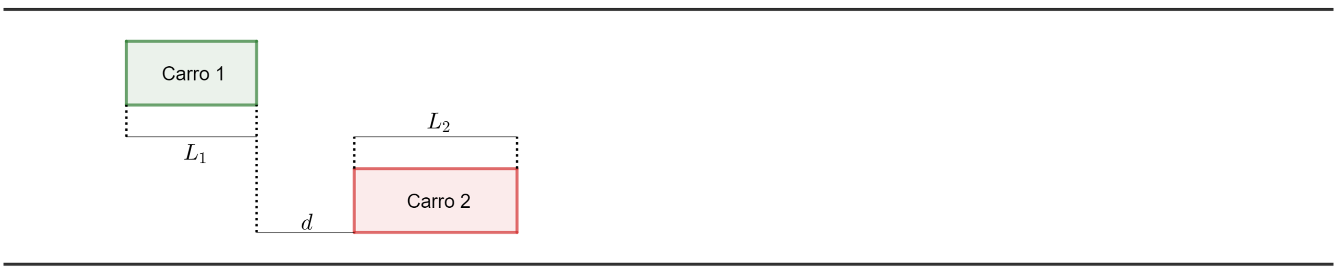

Figura 2: Na figura, d é distância entre os carros, L_1 é o tamanho do Carro 1 e L_2 o do Carro 2.

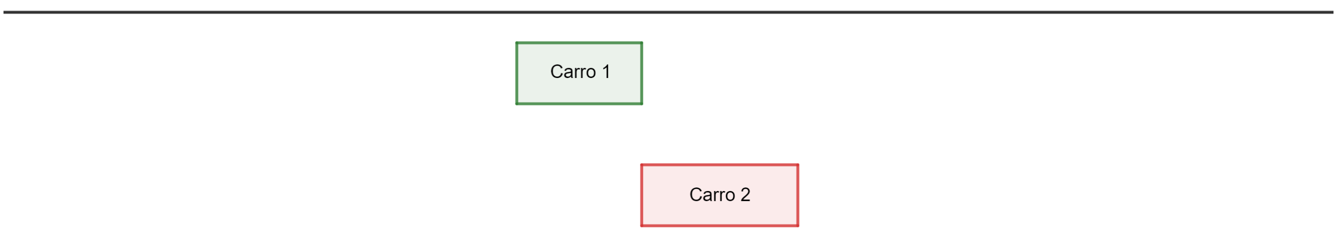

Figura 3: Momento em que o Carro 1 alcança o Carro 2.

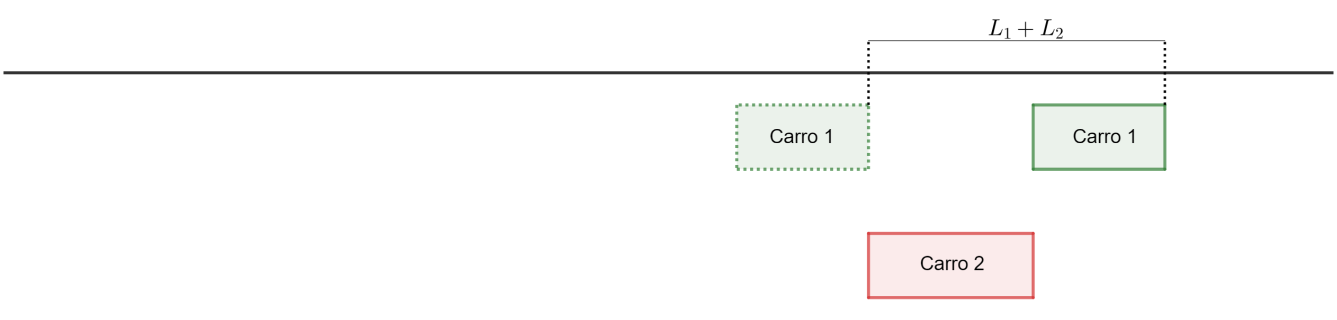

Figura 4: Em pontilhado, temos a posição do Carro 1 antes de começar a ultrapassagem e em traço contínuo, o Carro 1 quando acaba a ultrapassagem.

Nesse contexto em que o tamanho dos automóveis importa, o dado que costuma ser fornecido é a distância d entre os dois. De forma mais precisa, o exercício está se referindo a distância entre a traseira do carro da frente e a frente do carro de trás, como visto na figura 2. Assim, como podemos ver ao comparar as figuras 2 e 3, no momento em que o Carro 1 alcança o Carro 2, ele teve que andar uma distância d a mais que o outro para poder alcançá-lo. Já a figura 4 compara o início e o fim da ultrapassagem, onde fica evidente que a parte da frente do Carro 1 (e, portanto, o Carro 1 como um todo) teve que percorrer outros $L_1 + L_2$ a mais que o Carro 2 para poder, efetivamente, ultrapassá-lo. Dessa forma, concluímos que se pegarmos como referência a posição da parte da frente do Carro 1 e a traseira do Carro 2, a posição do encontro não ocorrerá quando $S_1 = S_2$, mas sim quando $S_1 = S_2 + L_1 + L_2$. Para fixar a ideia, considere o seguinte exemplo:

Exemplo 3. Considere dois trens, A e B, separados por uma distância de $d = 450\,m$, com velocidades $v_A = 18\,km/h$ e $v_B = 10{,}8\,km/h$, respectivamente. O trem A tem uma extensão de $L_A = 200\,m$ e o trem B mede $L_B = 150\,m$. Se eles estão viajando em direções opostas e adotando agora como $t_0 = 0$, a partir de qual tempo t o trem A terá passado o B?

Solução: Perceba que, como eles estão viajando em sentidos opostos, a distância d não representa a separação entre a parte de frente de um da traseira do outro, mas sim entre as duas partes frontais (o que, no fundo, não muda nada). Antes de sair fazendo as contas do encontro, preste atenção nas unidades. O d dado está em metros, ou seja, a velocidade seria mais agradável se estivesse em m/s ao invés de km/h. Fazendo a conversão, vemos que $v_A = 5\,m/s$ e $v_B = 3\,m/s$. Agora sim, sendo S_A e S_B as funções horárias das partes frontais dos trens, podemos escrever, adotando $S_{0_A} = 0$:

$$\begin{cases} S_A = 5t \\ S_B = 450 - 3t \end{cases}$$

Perceba o sinal negativo na velocidade de B, pois estamos adotando positivo o sentido da velocidade de A. Impondo a condição de ultrapassagem:

$$S_A = S_B + L_A + L_B \Rightarrow 5t = 450 - 3t + 150 + 200 \Rightarrow 8t = 800 \Rightarrow t = 100\,s$$

Assim, a partir de $t = 100\,s$ o trem A já terá passado o B.

4.2 *Uma interpretação diferente*

Vamos resolver de forma geral o tempo de encontro entre dois corpos com posições iniciais S_{0_A} e S_{0_B} e velocidades v_A e v_B. Igualando S_A e S_B:

$$S_{0_A} + v_A\Delta t = S_{0_B} + v_B\Delta t \Rightarrow (v_B - v_A)\Delta t = S_{0_A} - S_{0_B} \Rightarrow \Delta t = \frac{S_{0_A} - S_{0_B}}{v_B - v_A}$$

Uma coisa interessante que acontece é quando trocamos $S_{0_A} - S_{0_B}$ por ΔS, sendo essa variável a distância inicial entre os dois e $v_B - v_A$ por uma variável v, que tem as mesmas dimensões de velocidade e é constante (já que v_B e v_A também são), mas que, por enquanto não tem nenhum sentido físico. Por quê? Veja o que acontece se substituirmos essas novas variáveis e rearranjamos a expressão:

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} \Rightarrow v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Essa expressão te lembra algo? Ela é exatamente a mesma da definição de velocidade, quando esta é constante! Mas o que isso significa na prática? Significa que encontraríamos exatamente o mesmo Δt, caso visualizássemos o problema como um automóvel que tem que andar a separação entre os dois carros com a diferença de velocidade dos dois. Como isso é útil? Essa interpretação é útil, pois nos ajuda a criar intuição sobre *mudança de referencial.*

5. Mudança de Referencial

Perceba que, nos exercícios que resolvemos, a análise que fizemos foi basicamente como se você estivesse parado na estrada no marco zero e então, com seu binóculos superpotente você olhasse os carros e fizesse as devidas contas. Entretanto, como você enxergaria as coisas, caso você estivesse *dentro* de um dos carros em questão?