

Termometria

Luan de Souza Silva - [Projeto Olímpicos](#)

1. Introdução

A termometria é o estudo relacionado às medições na área de termodinâmica, especialmente de temperatura. Visto isso, uma das aplicações mais cotidianas da termometria é justamente o ato de medir a temperatura de alguém com febre. A termometria pode parecer bem simples ao Homem moderno, mas séculos atrás era, junto com o conceito de temperatura, algo muito abstrato. Além disso, este é um estudo que traz diversas aplicações práticas, como mencionado.

Vale ressaltar que, apesar de este não ser um conteúdo muito cobrado em olimpíadas, é um conteúdo básico muito importante, e que pode ser muito importante para sua experiência de vida!! (Estaremos aptos a converter temperaturas de Celsius para Fahrenheit)

2. O que é temperatura?

O conceito de temperatura parece ser bastante concreto para nós. Além disso, a definição mais comum empregada parece ser bem simples de se compreender: Grau de agitação das moléculas. Entretanto, para os estudiosos dos séculos passados, este era um conceito bastante abstrato, especialmente porque não se sabia muito bem sobre átomos e moléculas, nem sobre energia, calor, e afins.

O conceito de temperatura apresentado acima é muito importante, pois permite definir a temperatura de qualquer meio material, independentemente da situação (a importância disso será melhor explicada posteriormente). Agora a próxima pergunta a se fazer é, como medir esse grau de agitação? Esta é a pergunta que procuraremos resolver na próxima seção.

3. Como medir temperatura

Experimentalmente, há diversas formas de se medir a temperatura de um corpo ou meio. Estão listadas algumas destas formas:

- Termômetro com fluido

Este é o modo mais comum de se medir temperatura. Os termômetros com fluidos são termômetros comuns, que estão entrando em desuso hoje em dia. Os fluidos usados nos primeiros termômetros deste tipo eram álcool ou água, enquanto os mais modernos usam mercúrio (eis o motivo de este tipo entrar em desuso: mercúrio é um metal pesado extremamente tóxico). O princípio de funcionamento deste termômetro é a dilatação térmica do fluido nele contido, assim, conforme a temperatura varia, o volume, e portanto a altura do líquido varia, permitindo inferir a temperatura.



- Termômetro elétrico

Este tipo de termômetro é muito utilizado em carros e equipamentos eletrônicos em geral, e está substituindo os termômetros a fluido devido a sua praticidade e segurança. O princípio de funcionamento dele é a variação da resistência elétrica com a temperatura.

- Tiras metálicas

Este é um tipo de termômetro mais “teórico”, pois ele não é muito prático. Este termômetro consiste em colar duas tiras metálicas de materiais diferentes (com coeficientes de dilatação diferentes). Conforme a temperatura variar, a “tira resultante” irá se envergar, como mostra a imagem. Com base no ângulo de curvatura, é possível estimar a temperatura (perceba que este termômetro é pouquíssimo prático).

Apresentadas as formas de se medir temperatura, agora descobriremos como fazer conversão entre unidades de medidas (de Fahrenheit para Celsius, por exemplo).

Tomemos estes dois “termômetros”, que estão em escalas de temperaturas diferentes. T , T_0 , T' , T'_0 são valores de referencia, usualmente os pontos de ebulição e fusão da água, respectivamente. Dele temos, por regra de três (ou proporção simples, como queira chamar :3)

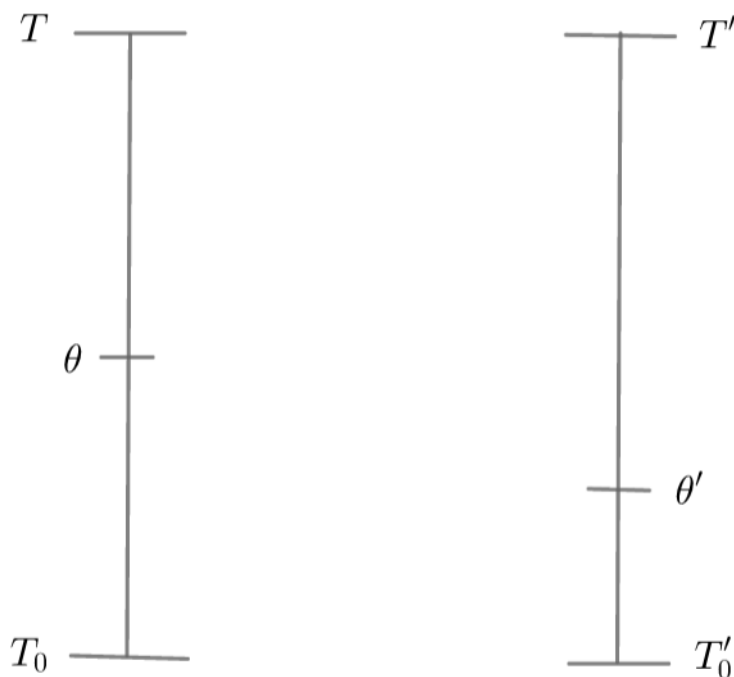


Figura 1: “Termômetros”

$$T - \theta \rightarrow T' - \theta'$$

$$\theta - T_0 \rightarrow \theta' - T'_0$$

Desenvolvendo

$$(T - \theta)(\theta' - T'_0) = (\theta - T_0)(T' - \theta')$$



$$\Rightarrow \theta' = \frac{\theta(T' - T_0) + TT_0' - T_0T'}{T - T_0}$$

Para ilustrar melhor, vamos agora converter Celsius para Fahrenheit

$$F = \frac{C(T' - T_0) + TT_0' - T_0T'}{T - T_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = 1,8C + 32}$$

$T' - T_0 = 180$ pois, por definição, na escala Fahrenheit os pontos de fusão e ebulição da água são $32F$ e $212F$, respectivamente.

Seguindo o mesmo raciocínio é possível chegar na famosa relação:

$$\frac{C}{5} = \frac{K - 273}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

4. Dilatometria

Foi mencionado anteriormente que o termômetro a fluido funciona pois o fluido nele contido varia de volume conforme a temperatura varia. Agora veremos como isso ocorre quantitativamente.

Primeiramente, faremos uma breve discussão sobre por que isso ocorre. Nós sabemos que os materiais são compostos de átomos/moléculas, independentemente do estado físico, e que a temperatura mede o grau de agitação dessas partículas. Assim é bastante intuitivo pensar que quanto maior a temperatura, maior será a "amplitude de oscilação" das partículas, e assim, maior serão as dimensões do material.

Quantitativamente, a variação de comprimento de uma barra, por exemplo, é dada por:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta T$$

Onde α é o **coeficiente de dilatação linear**.

Se tomarmos agora um plano qualquer, a variação de área será dada por:

$$\Delta A = A_0 \beta \Delta T$$

Onde β é o **coeficiente de dilatação areolar**, e é numericamente igual a 2α .

Por fim, temos a variação de volume:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta T$$

Onde γ é o **coeficiente de dilatação volumétrico**, e é numericamente igual a 3α .

Agora vamos estudar dois casos interessantes relacionados a dilatação térmica: o termômetro a fluido (como era de se esperar) e o comportamento de anéis.

Começando pelo termômetro, podemos fazer uma análise mais simples considerando que, se o tubo do termômetro for muito fino, a dilatação será predominantemente linear, e assim poderemos calcular a altura do líquido:

$$h(T) = h_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

Agora tratando de anéis, ocorre um fenômeno um pouco contraintuitivo: se pegarmos um anel, ou uma superfície com um buraco, e o aquecermos, o buraco/anel aumentará (ou diminuir, caso o resfriemos), como ilustra a imagem.



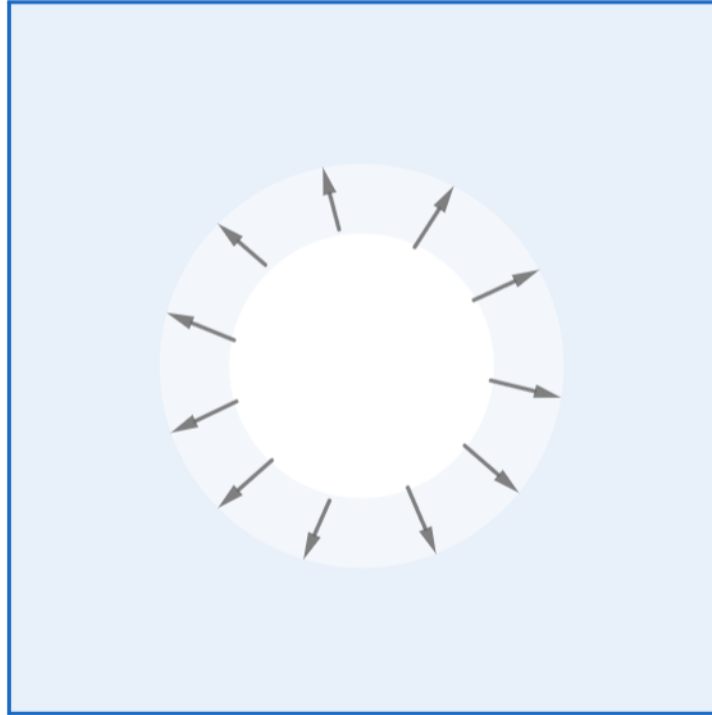


Figura 2: Plano com um buraco.

Podemos calcular agora quanto o raio e a área interna do buraco/anel mudam:

$$R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$$

$$A = A_0(1 + \beta\Delta T)$$

4.1 Dilatação Aparente

A dilatação aparente ocorre quando transbordamos um recipiente com algum fluido, e então aquecemos tanto o frasco quanto o fluido, e então este transborda. Entretanto, a quantidade de líquido que deixa o recipiente não está de acordo com o que seria previsto pelo cálculo "padrão" de dilatação volumétrica.

Isto ocorre através de um efeito análogo ao da área em anéis, mas agora o volume contido no frasco também varia com a temperatura. Vamos agora encontrar o coeficiente de dilatação volumétrico **aparente** do fluido!!

Começamos calculando a variação de volume **total** do líquido

$$\Delta V_{\text{líquido}} = V_0\gamma_{\text{líquido}}\Delta T$$

Agora calcularemos a variação de volume do interior do frasco

$$\Delta V_{\text{recipiente}} = V_0\gamma_{\text{recipiente}}\Delta T$$

o volume de líquido que sairá do recipiente será a diferença entre as duas variações de volume, ou seja

$$\Delta V = V_0\Delta T(\gamma_{\text{líquido}} - \gamma_{\text{recipiente}})$$



Podemos então simplesmente substituir a expressão $\gamma_{\text{líquido}} - \gamma_{\text{recipiente}}$ por γ_{aparente} . Assim a variação de volume aparente do líquido será

$$\Delta V = V_0 \gamma_{\text{aparente}} \Delta T$$

Com

$$\gamma_{\text{aparente}} = \gamma_{\text{líquido}} - \gamma_{\text{recipiente}}$$

4.2 Exceção

A exceção mais conhecida na dilatométrica é a água, que se a esfriarmos, entre os 0°C e 4°C a água expandirá. Isso ocorre pois, a partir dos 4°C a água começa a formar cristais, e isso faz com que ela expanda. É por isso que pedras de gelo boiam na água e icebergs flutuam no mar!!

5. Problemas

Problema 1. Ian é um jovem estudante que decidiu criar sua própria escala de temperatura: a escala Seo Takay. Nessa escala, os pontos de ebulição da água são $31,4ST$ e $271,8ST$, respectivamente. Calcule:

- As expressões que convertem a escala Seo Takay para: Celsius, Kelvin e Fahrenheit.
- A temperatura ambiente, segundo as CNTP, em ST

Problema 2. (OBF 2016) Uma tira bimetálica é formada soldando-se duas tiras finas de metais distintos, cada uma delas com largura d . Na temperatura de referência T_0 , as duas tiras têm o mesmo comprimento ℓ_0 . Quando a temperatura se eleva de ΔT as tiras se encurvam como mostra a figura abaixo. Sejam α_1 e α_2 os coeficientes de dilatação linear de cada metal, determine o ângulo de encurvamento θ em termos de ΔT , ℓ_0 , d , α_1 e α_2 . O que aconteceria se a tira bimetálica fosse resfriada em relação à sua temperatura de referência?

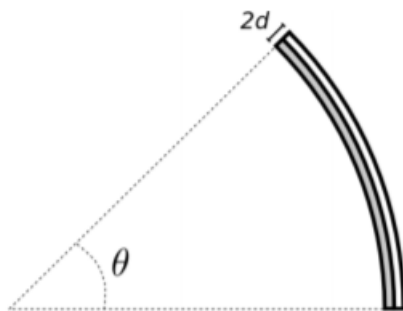


Figura 3: Esquema das tiras metálicas.

Problema 3. Considerando planos como retângulos e volumes como paralelepípedos, prove que

- $\beta = 2\alpha$
- $\gamma = 3\alpha$



Considere que $\alpha \ll 1$, e que para $x \ll 1$, $(1 + x)^n = 1 + nx$

Problema 4. Considere um pêndulo de comprimento ℓ , cujo fio tem coeficiente de dilatação linear α . Encontre a variação de período do pêndulo em função da variação de temperatura ΔT . Considere que o fio tem massa desprezível.

Problema 5. (Fuvest) Duas barras metálicas finas, uma de zinco e outra de ferro, cujos comprimentos, a uma temperatura de $300K$, valem $5,0m$ e $12,0m$, respectivamente, são sobrepostos e aparafusados uma à outra em uma de suas extremidades, conforme ilustra a figura. As outras extremidades B e A das barras de zinco e ferro, respectivamente, permanecem livres. Os coeficientes de dilatação linear do zinco e do ferro valem $3,0 \cdot 10^{-5}K^{-1}$ e $1,0 \cdot 10^{-5}K^{-1}$, respectivamente. Desprezando as espessuras das barras, determine:

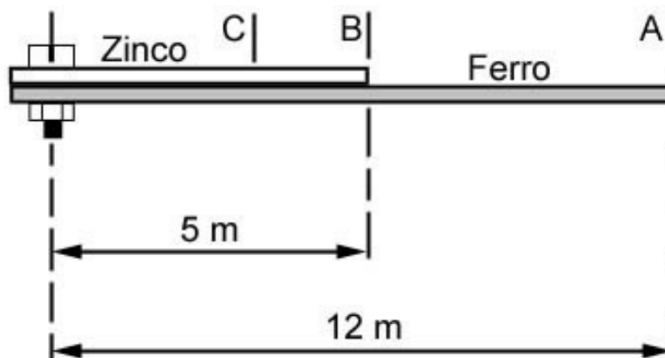


Figura 4: Barras de zinco e ferro

- A variação de distâncias entre as extremidades A e B quando as barras são aquecidas até $400K$;
- A distância até o ponto A, de um ponto C da barra de zinco cuja distância ao ponto A não varia com a temperatura.

Problema 6. (IPhO 1967) Considere duas bolas homogêneas idênticas, A e B, inicialmente à mesma temperatura. Uma delas está em repouso num plano horizontal, enquanto a segunda é pendurada ao teto por um fio ideal (Figura 5). A mesma quantidade de calor é dada a ambas bolas. A temperatura final das bolas é a mesma ou não? Justifique sua resposta (Qualquer tipo de perda de calor é desprezível).





Figura 5: Esferas A e B

Problema 7. (OBF 2019 - modificada) Considerando que um anel de cobre a 25°C , cujo coeficiente de dilatação térmica linear é constante e igual a $1,6 \cdot 10^{-5}\text{C}^{-1}$, possui um diâmetro interno igual a $10,0\text{ cm}$ e externo igual a $12,0\text{ cm}$, determine a variação entre esses diâmetros quando o anel atingir uma temperatura de 275°C .

Problema 8. (OBF 2017 - modificada). A um marceneiro foi solicitado que fizesse uma roda de madeira com $100,0\text{ cm}$ de diâmetro para que fosse adaptada em um anel de ferro com $5,0\text{ mm}$ menor que o diâmetro da roda. Para essa adaptação, foi-se necessário aquecer em um forno o anel de ferro, cujo coeficiente de dilatação linear vale $12 \cdot 10^{-6}\text{C}^{-1}$. Assim, considerando que a temperatura no ambiente da marcenaria fosse de $30,0^{\circ}\text{C}$, de quanto deveria ser, aproximadamente, a temperatura final do anel, para que a adaptação fosse bem sucedida?

Problema 9. Um recipiente de vidro, com a capacidade de 3000cm^3 , está completamente cheio com líquido, a 0°C . O conjunto é aquecido até 100°C e observa-se que 15cm^3 desse líquido extravasa do recipiente. Considerando-se o coeficiente de dilatação linear do vidro como sendo constante no referido intervalo térmico e igual a $\alpha_{\text{vidro}} = 4 \cdot 10^{-6}\text{C}^{-1}$, qual o coeficiente de dilatação real desse líquido?

6. Gabarito

Problema 1. a) Celsius: $2,404C + 31,4$
 Kelvin: $ST = 2,404C - 6531,5$
 Fahrenheit: $ST = 1,336F - 2105,5$
 b) $63,24^{\circ}\text{ST}$

Problema 2. $\theta = \frac{\ell_0 \Delta T (\alpha_1 - \alpha_2)}{d}$

Problema 3. Prova

Problema 4. $\Delta P = \frac{P_0}{2} (\sqrt{\ell} (2 + \alpha \Delta T) - 2)$

Problema 5. a) $\Delta d = 0,003\text{m}$



b) $D = 8,0m$

Problema 6. Não. A bola B estará mais fria, pois, parte do calor fornecido será usada para elevar o centro de massa da bola, ou seja, realizando trabalho.

Problema 7. $0,008cm$

Problema 8. $450^{\circ}C$

Problema 9. $\gamma_{\text{real}} = 6,2 \cdot 10^{-5}C$

