



Breno de Carvalho & Jan Bojan Ratier -

Projeto Olímpicos

Seletiva IOAA/OLAA

Mecânica Celeste e Fotometria

OC - 1
Ensino
Fundamental e
Médio
9º ano - 3º EM

Tempo: 2 horas

25 de junho de 2021

Pontuação total: 20

Instruções gerais:

I. Este simulado deverá ter duração de 2 horas, contendo 20 questões objetivas, separadas da seguinte forma:

- 10 questões referentes à Mecânica Celeste;
- 10 questões referentes à Fotometria.

II. O uso de calculadoras científicas **não programáveis** é permitido.

III. Se necessário e, a menos que indicado ao contrário, use a tabela de constantes disponibilizada no nosso [site](#).

IV. Este simulado foi feito pensando no aprendizado do estudante, portanto não tenha medo de pesquisar algum conceito na internet ou em algum livro! Encontre um método eficiente para aproveitar ao máximo essas questões!

V. Encontre um local silencioso, onde você consiga se concentrar para realizar o simulado, sem interrupções. Lembre-se, também, de simular o seu local de prova, separando os materiais necessários, assim como algo para comer e beber. Faça suas necessidades físicas antes de começá-lo. Nós, do Projeto Olímpicos, desejamos-te um ótimo simulado! Desfrute!

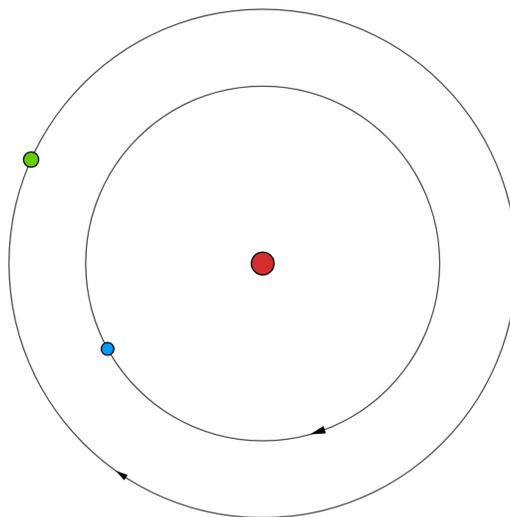
Mecânica Celeste

Problema 1. O planeta Marte, sem dúvidas, é o planeta que mais nos causa interesse desde nossos primórdios. De um lado, seu curioso movimento retrógrado causou bastantes intrigas na história, como os atritos entre geocentrismo e heliocentrismo e hoje, é a nossa principal opção para dar início à colonização espacial. Nesse sentido, calcule a distância de Marte ao Sol considerando que o planeta leva 687 dias para dar uma volta em torno da estrela.

- $1,16 \cdot 10^8$ m
- $1,49 \cdot 10^{11}$ m
- $2,28 \cdot 10^{11}$ m
- $7,78 \cdot 10^{11}$ m
- $1,43 \cdot 10^{12}$ m



Problema 2. Num sistema planetário recém-descoberto, foi detectado a existência de uma estrela gigante vermelha, Rubi, e dois planetas rochosos, Safira e Esmeralda.



Sabendo que a massa de Rubi mede $5 M_{\odot}$, o raio orbital de Safira e Esmeralda são, respectivamente, 6,25 UA e 8,96 UA, marque a alternativa que representa o período entre duas oposições sucessivas dos planetas. Considere que suas órbitas são circulares.

- a) 20,2 anos
- b) 16,8 anos
- c) 4,67 anos
- d) 7,52 anos
- e) 13,3 anos

Problema 3. Em relação à órbita de um satélite artificial em torno da Terra, temos que a posição do perigeu é três vezes menor que a posição do apogeu. Se uma manobra orbital aumentar em três vezes a posição do apogeu sem alterar o perigeu, o período do satélite:

- a) aumentará aproximadamente 16 vezes
- b) aumentará aproximadamente 4 vezes
- c) aumentará aproximadamente 3 vezes
- d) aumentará aproximadamente 9 vezes
- e) permanecerá constante

Problema 4. Pateus JC se encontrou perplexo ao olhar Júpiter pela primeira vez em seu novo telescópio, ficando intrigado ao tentar descobrir a massa do planeta. Enquanto olhava o planeta, encontrou um ponto brilhante ao seu lado que acabou por ser uma das luas de Júpiter e, de tão admirado que estava, ficou olhando por tempo suficiente para descobrir o semi-eixo maior e o



período desta lua em torno do gigante gasoso. Ajude Pateus JC à descobrir a massa desse belo planeta!

Dados:

- Semieixo maior da lua: $6,71 \cdot 10^5$ km
- Período orbital da lua: 3,55 dias

- a) $1,42 \cdot 10^{37}$ kg
- b) $1,09 \cdot 10^{30}$ kg
- c) $1,90 \cdot 10^{27}$ kg
- d) $1,09 \cdot 10^{24}$ kg
- e) $1,90 \cdot 10^{18}$ kg

Problema 5. Os habitantes do planeta Safira entraram em guerra com os do planeta Esmeralda por motivos políticos. Com a derrota iminente de Esmeralda, o general do planeta verde, Rambourtav, decidiu que iria colapsar Rubi para que ambos perdessem a guerra, morrendo; já que assim, não haveria vencedor. E assim fez, lançou uma série de naves em direção à ela, em velocidade muito alta, de forma que se conseguiu contrair toda sua massa em um único ponto, transformando-a em um buraco negro.

Sabendo que a massa, após o colapso, foi conservada, calcule o diâmetro do buraco negro formado.

- a) 15 km
- b) 36 km
- c) 27 km
- d) 30 km
- e) 18 km

Dica: O raio de um buraco negro é conhecido por *Raio de Schwarzschild* e é definido como o raio que um objeto precisa ter para que sua velocidade de escape seja igual a da luz. É possível deduzi-lo sabendo que a velocidade de escape é $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$.

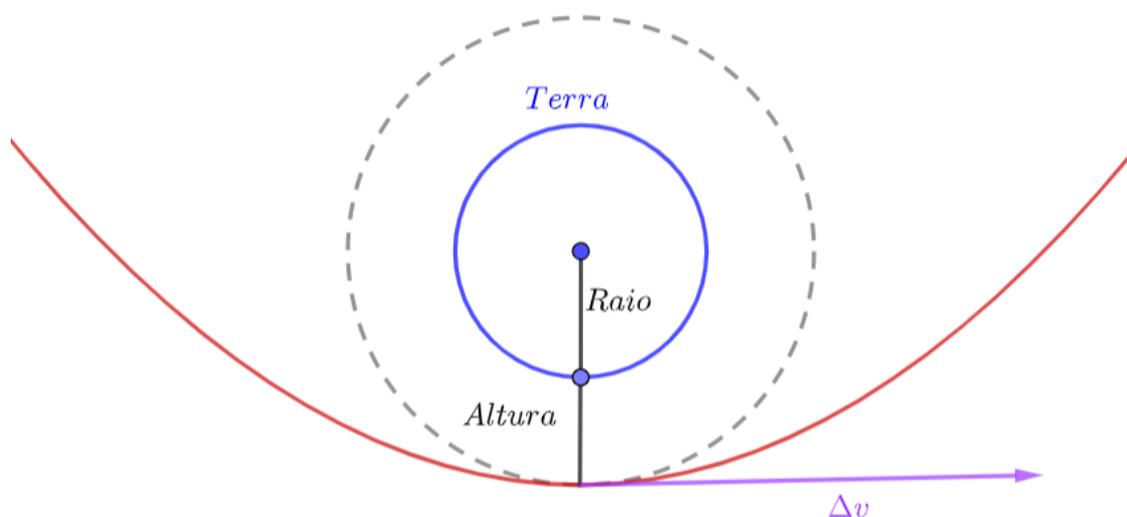
Problema 6. Hoje em dia, muitos serviços de comunicação e monitoramento exigem satélites geoestacionários para que funcionem corretamente. Esses satélites são conhecidos por ter um período orbital igual ao dia sideral terrestre e uma órbita aproximadamente circular. Sabendo disso, Bruno Mokotó, um famoso projetista de satélites, está trabalhando em seu mais novo projeto: o *MokoSat I*, um satélite geoestacionário para monitorar a casa de seu arqui-inimigo, *Vreno Barba de Alho*. Porém, em seu último encontro, Vreno Barba de Alho atacou Bruno Mokotó com sua nova arma, o *Anta-tron 3000*, deixando Bruno sem sua habilidade para projetar satélites. Ajude Mokotó a encontrar o raio orbital desse satélite.

- a) $4,22 \cdot 10^7$ m
- b) $3,78 \cdot 10^7$ m
- c) $7,13 \cdot 10^6$ m



- d) $2,59 \cdot 10^6$ m
e) $4,08 \cdot 10^5$ m

Problema 7. Vreno Barba de Alho, ao perceber que Bruno Mokotó estava trabalhando em sua vingança, decidiu traçar uma rota de fuga para se refugiar em uma das luas de Júpiter. Para isso, definiu uma trajetória que incluía uma órbita parabólica para escapar da Terra, partindo de uma órbita circular de altura de **500 km da superfície**. Para que seja atingida a órbita desejada, é necessário um impulso que faz a nave ganhar velocidade, que é descrito por um Δv . Vreno Barba de Alho, realizando seus cálculos com muita pressa, se esqueceu de um detalhe: a *Lua*. Quando o senhor Barba de Alho tentou por em prática seu plano, acabou por entrar em uma órbita elíptica que acabava por colidir com a Lua em seu apogeu. Para escapar da colisão, Vreno Barba de Alho acabou usando muito combustível, impossibilitando-o de chegar até Júpiter. Caso tivesse calculado certo o Δv necessário, ele teria escapado e conseguido ir até Júpiter. Dessa forma, calcule o valor correto e chame ele de burro!



- a) 5,28 km/s
b) 7,61 km/s
c) 10,77 km/s
d) 11,18 km/s
e) 3,15 km/s

Dica: O Δv , nesse caso, seria o incremento de velocidade necessária para que a transferência orbital seja realizada. Ou seja, basta encontrar as diferenças entre as velocidades orbitais de ambas as trajetórias :D!

Problema 8. A equação Vis-Visa nos permite calcular a velocidade orbital em uma órbita elíptica, considerando um problema de dois corpos, quando $m \ll M$.

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$



Seja a o semieixo maior de uma órbita elíptica, r a distância entre o corpo orbitante e o corpo orbitado e μ o parâmetro gravitacional do sistema, marque a alternativa que representa a velocidade orbital no instante que o semieixo maior e a distância entre os corpos são numericamente iguais.

a) $v = \sqrt{\frac{3GM}{a}}$

b) $v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$

c) $v = \sqrt{\frac{2GM}{a}}$

d) $v = \sqrt{\frac{5GM}{r}}$

e) $v = \frac{\sqrt{GM}}{2a}$

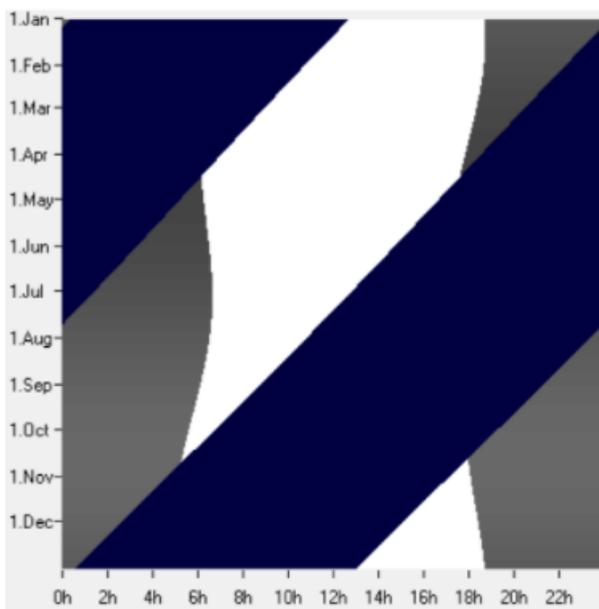
Dica: O parâmetro gravitacional de um sistema é dado por $\mu = GM$.

Problema 9. Recentemente foi descoberto o Cometa 14N-C3U, um possível viajante interestelar. Considere que 14N-C3U está em quadratura com a Terra, a uma distância de 5 UA do nosso planeta e com uma velocidade de 29,40 km/s. Sabendo disso, por favor, encontre a que distância o cometa 14N-C3U está do Sol e se sua órbita é fechada ou aberta.

- a) 5,75 UA e aberta
- b) 6,00 UA e fechada
- c) 5,10 UA e aberta
- d) 6,50 UA e fechada
- e) 2,45 UA e fechada

Dicas: A quadratura acontece quando a linha que liga Sol-Terra e Terra-Objeto faz 90° entre si. A Energia orbital de uma órbita aberta é maior ou igual a zero e a velocidade do objeto é maior ou igual à velocidade de escape naquela distância. :)

Problema 10. O gráfico a seguir apresenta a visibilidade diária (eixo horizontal) do planeta Urano ao longo do ano de 2017 (eixo vertical), para o Rio de Janeiro.



No gráfico, o tom azul escuro significa que o planeta está abaixo do horizonte, o tom cinza significa que o planeta está visível e o branco significa que o planeta está acima do horizonte juntamente com o Sol. Agora que você já sabe como ler as informações no gráfico, considere as afirmações a seguir e responda:

- I. Em 1° de fevereiro quando o Sol se pôs Urano já estava no céu;
- II. De agosto a novembro Urano pode ser observado à meia-noite;
- III. Em 1° de outubro, às 22h, Urano estará a oeste.

- a) Todas as afirmações são verdadeiras
- b) Somente a afirmação III é verdadeira
- c) Somente a afirmação II é correta
- d) Todas as afirmações são falsas
- e) Somente as afirmações I e II são verdadeiras



Fotometria

Problema 11. Após calcular o raio da órbita do satélite *MokoSat I*, Bruno Mokotó quer saber quanta energia ele terá disponível para trabalhar com seus equipamentos de espionagem. Para montar o satélite, Bruno conta com um painel solar de quadrado de $1m$ de lado. Ajude-o a encontrar a quantidade de energia que ele terá a disposição a cada segundo.

- a) 1362 W
- b) 1179 W
- c) 1021 W
- d) 681 W
- e) 343 W

Dica: Não se preocupe com o raio da órbita!

Problema 12. Algo que é muito útil ao realizar cálculos de magnitude é encontrar um jeito de relacionar a luminosidade e a distância de dois objetos. Partindo de $\frac{F_1}{F_2}$ podemos chegar em:

- a) $\frac{L_1}{L_2} \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$
- b) $\frac{L_2}{L_1} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$
- c) $\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \cdot \frac{d_1}{d_2}$
- d) $\frac{L_1}{L_2} \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2$
- e) $\left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2 \cdot \frac{d_2}{d_1}$

Problema 13. Próxima Centauri é a estrela mais próxima do Sol atualmente, tendo uma magnitude aparente de $+11,05$ e a $1,3 pc$ de distância. Encontre qual seria a magnitude aparente do nosso Sol para uma hipotética civilização alienígena vivendo no sistema de Próxima Centauri. Utilize, se necessário, a magnitude absoluta do Sol igual a $+4,8$.

- a) 3,59
- b) 2,77
- c) 6,62
- d) 0,37
- e) $-2,56$



Dica: Pode-se usar a Equação de Pogson $m_1 - m_2 = -2,5 \log \left(\frac{F_1}{F_2} \right)$, juntamente com o resultado do problema 12. Não se esqueça que a magnitude absoluta e o módulo de distância $m - M = 5 \log d - 5$ existem para ajudá-lo também! :D

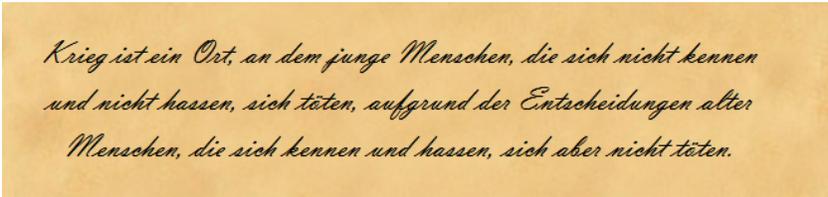
Problema 14. A seguir, estão algumas assertivas referentes às leis da radiação. Identifique a veracidade de cada uma e assinale a opção correta.

- I. Com análises espectroscópicas das estrelas, é possível determinar sua composição química.
- II. O Diagrama HR é responsável por organizar as estrelas por luminosidade, temperatura, raio e redshift.
- III. Quanto mais deslocada a linha de absorção, maior será o redshift, em módulo.
- IV. A evolução da espectroscopia só foi possível pela ação conjunta de grandes cientistas, como Annie Jump Cannon, Henrietta Leavitt e Cecilia Payne-Gaposchkin.

- a) V-F-V-F
- b) F-F-V-V
- c) F-V-F-V
- d) V-V-V-V
- e) V-F-V-V

Problema 15. O arqui-inimigo de Banjo Ban, Jambo, refugiou-se em um planeta desconhecido após a última sangrenta batalha que resultou na destruição de 3 árvores. De lá, o brilho do Sol era em torno de $4 \cdot 10^{12}$ vezes menor do que o observado por Banjo, na Terra.

Durante esse período solitário, Banjo Ban decide perdoar Jambo por tudo o que ele fez em seu passado. Então, para tentar apaziguar a situação entre os dois, envia uma mensagem para seu rival. Ele, com toda sua tecnologia, compactou a mensagem da carta abaixo numa única partícula *filion*, criada para esse objetivo.



Krieg ist ein Ort, an dem junge Menschen, die sich nicht kennen und nicht hassen, sich töten, aufgrund der Entscheidungen alter Menschen, die sich kennen und hassen, sich aber nicht töten.

Considerando que a partícula *filion* viaja na velocidade da luz no vácuo, que a magnitude absoluta do Sol mede $M_{\odot} = 4,82$ e desconsiderando quaisquer tipos de extinção, determine o período de tempo que leva para Jambo receber a mensagem de Banjo Ban.

- a) 32,4 anos
- b) 3,24 anos
- c) 27,3 anos
- d) 2,73 anos



e) 24,6 anos

Dica: Utilize a Equação de Pogson, $m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \left(\frac{F_1}{F_2} \right)$ e também, o módulo de distância, $m - M = 5 \cdot \log \left(\frac{d}{10} \right)$, sendo d em parsecs.

Problema 16. Um estranho objeto muito distante começou a brilhar fortemente no céu noturno de uma magnitude aparente 15 para uma magnitude -6. Ao se analisar o redshift do objeto, descobriu-se que a linha H_α estava em 670 nm quando seu comprimento de onda medido na Terra é de 656 nm. Desconsiderando correções relativísticas e assumindo que as causas do movimento são puramente devidas a expansão do universo, encontre a que distância estamos do objeto e sua luminosidade após o aumento de brilho.

Utilize, se necessário, a magnitude absoluta do Sol como +4,8.

- a) 95,62 Mpc e $2,74 \cdot 10^{18} L_\odot$
- b) 94,43 Mpc e $1,86 \cdot 10^{18} L_\odot$
- c) 85,51 Mpc e $5,89 \cdot 10^{16} L_\odot$
- d) 92,46 Mpc e $1,24 \cdot 10^{18} L_\odot$
- e) 87,92 Mpc e $3,71 \cdot 10^{17} L_\odot$

Dica: A expansão do universo é regida pela lei de Hubble: $v = H_0 \cdot d$, em que H_0 é a constante de Hubble, d é a distância até o objeto e v é sua velocidade de afastamento. Utilize a equação de Pogson juntamente com o resultado do exercício 12! (não é fatorial) :D

Problema 17. O olho humano não é tão eficaz quando pretendemos enxergar objetos muito distantes de nós. Como uma alternativa para contornar isso, Galileu Galilei, no século XVII, utiliza uma luneta astronômica de abertura $D = 4$ cm com finalidade de observar, detalhadamente, os astros. Além disso, conseguiu enxergar mais estrelas que o normal, já que os telescópios, também, aumentam a magnitude limite observada pelo nossos olhos. Nesse sentido, comparando com o olho humano, encontre até que magnitude Galileu conseguiu enxergar com o auxílio de sua luneta.

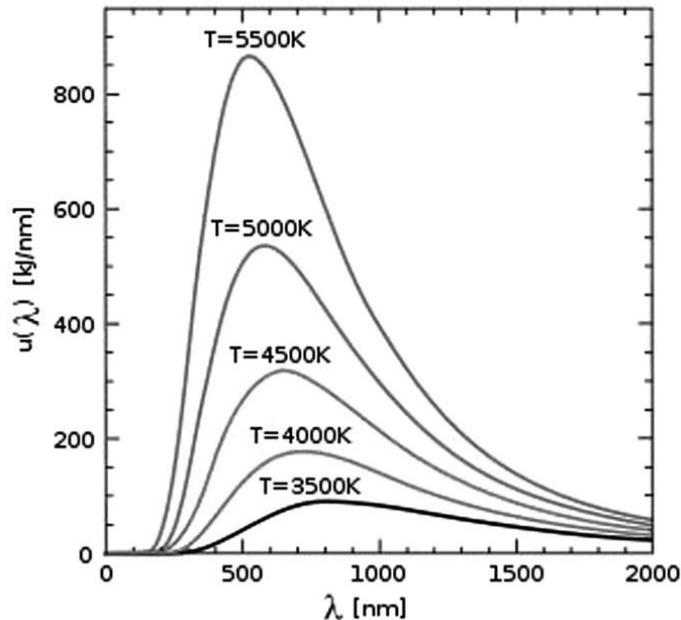
- a) 12,3
- b) 7,8
- c) 10,1
- d) 8,4
- e) 11,2

Dica: Utilize a equação para a magnitude limite, $m_{lim} = m_o + 2,5 \cdot \log \left(\frac{D}{D_o} \right)^2$. Onde m_o é a magnitude limite observada pelo olho humano nu, D e D_o , respectivamente, os diâmetros do telescópio e da pupila do olho humano.

Problema 18. O corpo negro, teorizado por Gustav Kirchhoff, em 1860, é um objeto teórico bastante utilizado para estimar algumas características de estrelas, galáxias, planetas, corpos quentes,



além de fazer previsões bem próximas da realidade. O gráfico abaixo representa a energia irradiada, em função do comprimento de onda, por tal objeto.



Baseando-se em seus conhecimentos sobre as leis da radiação, assinale a assertiva correta.

- A Lei de Wien, por definição, relaciona o máximo de emissão em uma determinada temperatura. Nesse sentido, pode-se concluir que o comprimento de onda é inversamente proporcional à temperatura.
- O fluxo intrínseco depende da distância do observador até o astro, por isso essa não é considerada uma grandeza intrínseca.
- O fluxo intrínseco depende da distância do observador até o astro. Por isso, essa é considerada uma grandeza intrínseca.
- A Lei de Wien, por definição, relaciona o mínimo de emissão em uma determinada temperatura. Dessa forma, pode-se concluir que o comprimento de onda é diretamente proporcional à temperatura.
- Nenhuma das opções anteriores.

Problema 19. Vênus é o planeta mais brilhante do Sistema Solar, quando em sua fase cheia, visto da Terra. Encontra-se coberto por uma espessa e densa camada quase uniforme de nuvens, compostas, predominantemente, por ácido sulfúrico e dióxido de carbono, que refletem uma grande quantidade de luz solar. Por outro lado, a Lua, mesmo sem ter atmosfera, é o astro mais brilhante do céu noturno, quando em sua fase cheia; visto que, também, está bem próxima à Terra. Em seu ápice de brilho, sua magnitude chega a -12.7 , enquanto Vênus, -4.47 . Nesse sentido, a Lua é mais brilhante que Vênus, na sua fase cheia, em:

- 1910 vezes
- 1874 vezes
- 1688 vezes



- d) 2005 vezes
- e) 1960 vezes

Dica: Utilize a Equação de Pogson, $m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \left(\frac{F_1}{F_2} \right)$

Problema 20. João Piriquito é um grande aficionado pela astrofotografia e comprou recentemente um telescópio com um espelho de 1 m^2 de área que, com ele, consegue observar objetos que têm fluxo maior que 10^{-10} W/m^2 . Ajude João Piriquito a descobrir se ele é capaz de observar os objetos A, B e C utilizando seu telescópio.

Objeto A: Nebulosa protoplanetária de luminosidade $2 L_{\odot}$ e a $1,3 \text{ pc}$ de distância.

Objeto B: Gigante vermelha com luminosidade $85 L_{\odot}$ e a 100 pc de distância.

Objeto C: Próxima Centauri, com luminosidade $0,0017 L_{\odot}$ e a $1,3 \text{ pc}$ de distância.

- a) apenas A
- b) todos
- c) nenhum
- d) A e B
- e) B e C

Dica: O fluxo é dado por $F = \frac{L}{4\pi d^2}$.